

Mithila Research Institute Sanskrit Series—No. 3.

**GENERAL EDITOR
MAHAMAHOPADHYAYA
DR. UMESHA MISHRA**

PRINTED BY SHREE TARA KANT JHA MITHILA ART PRESS, DARBHANGA AND
PUBLISHED BY MAHAMAHOPADHYAYA DR. UMESHA MISHRA, M.A., D.LITT
DIRECTOR, MITHILA INSTITUTE OF POST-GRADUATE STUDIES AND RESEARCH IN
SANSKRITA LEARNING, DARBHANGA, UNDER THE AUTHORITY OF THE STATE
GOVERNMENT OF BIHAR

FIRST EDITION 1954

VIMANADALAVAKRAVICHARA

A Treatise on the Curvature of the Planetary Circles in Driggola

By

Pradhanacharya

Pandita Dayanatha Jha, Vishistavidvan

MITHILA SANSKRITA VIDYAPITHA

DARBHANGA

EDITED BY

MM. DR. UMESHA MISHRA

विमण्डलवक्रविचारः

—:•:—

विशिष्टविद्वद्-
ज्योतिर्विन्ध्यीदयानाथभा-
विरचितः

—:•:—

मिथिलासंस्कृतविद्यापीठाध्यक्षेण
सम्पाद्य प्रकाशतां नीतः

मूल्यं रूपकद्वयम्

विमगडलवक्रविचारः

—:•:—

विशिष्टचिद्ध-
ज्योतिर्विच्छ्रीदयानाथभा-
विरचित.

—:•:—

मिथिलासंस्कृतविद्यापीठाध्यक्षेण
सम्पाद्य प्रकाशतां नीतः

मूल्यं रूपकद्वयम्

NOTE BY THE GENERAL EDITOR

THE Mithila Sanskrit Research Institute has been established by the Government of Bihar and is located at Darbhanga on a plot of land donated by the Maharajadhiraja Shri Kameshwara Singh Bahadur of Darbhanga. The foundation-stone of the Institute was laid down by the President of the Indian Union Dr. Rajendra Prasad on the 31st of November, 1951.

This Institute has been founded with a view to promote advanced research in various aspects of Sanskrit learning and to impart teaching of the Post-Graduate standard to a limited number of students in the stimulating environments of a residential community. It will serve as the meeting-ground of the traditional Sanskrit scholars and modern researchers so that while the traditional scholars may get training in modern methods of research, the sources of ancient learning and its depth may easily be available to the modern scholars. In so doing the Institute will aim at the preservation and rehabilitation of the traditional Indian scholarship in the field of modern learning and research.

The Institute mainly stands for higher researches based on authentic texts on modern scientific lines; so while individual researchers including the members of the staff may carry on research in particular subjects, the Institute as a whole will have some long-term as well as short-term programme of research and publication.

As a foundation for carrying on research in the future and as a means of preserving useful source of materials, the Institute will take up the collection and survey of manuscripts and other important source materials available in Mithila in particular, and also in other parts of Bihar and elsewhere.

The Institute will not only promote and encourage research by individual scholars and students, but it will also

undertake specific projects which will be in the nature of team work produced by all or selected members of the staff working in close co operation and association with one another and seeking the guidance and assistance of the Board of Advisers From time to time, a programme or plan for the projects extending over a specified period will be drawn up and duties will be assigned to various members of the staff in connection with the fulfilment of that project. The following projects may, for example, be undertaken by the Institute from time to time

- (i) Editing the Puranas and the Upanisada on scientific lines.
- (ii) Collection, survey and cataloguing of manuscripts and other important source materials available in Mithila and in other parts of Bihar
- (iii) Editing a series of rare and important old and new Sanskrit Texts
- (iv) Preparing a critical bibliography of research work done in Sanskrit topic-wise, up to the present day and preparing supplements subsequently
- (v) Preparing a comprehensive History of Sanskrit literature in all its branches based on original sources
- (vi) Preparing a chronology of Sanskrit authors and their works
- (vii) Preparing an annual hand book of information on Indological studies

Other projects also may be undertaken from time to time

The Institute will publish from time to time monographs, texts critical editions, catalogues, bibliographies, critical works, research journals, etc The publication will be confined principally to the work done at the Institute either through individual research of students, scholars and members of the staff or through the projects undertaken at the Institute.

With these aims and objects in view we have undertaken the publication of rare and important works of old and also of modern period in-order to place before the scholarly world the past and present contributions of Sanskrit scholars to knowledge in a Sanskrit series under our 'short-term project of research programme'.

PREFACE

IN pursuance of the declared objects of the *Mithila Research Institute*, Darbhanga, we are presenting herewith the *Vimandalavakravichara* to the world of scholars as the third volume of the *Mithila Research Institute Sanskrit Series*. The author, Pandita Dayanatha Jha, the ex-Principal of the Dharmasamaja College, Muzaffarpur, is one of the top-ranking astronomers of the present-day Mithila. He is also our respected colleague in the Institute.

In the present treatise on the problem, the author has tried to improve upon and make further investigation on the problem on the lines suggested by the late Mahamahopadhyaya Pandita Sudhakara Dwivedi, the well-known scholar of Banaras. This *Vimandala, Curvature theory*, has not been even discussed by European learned astronomers, like Kern, God-Fray, Parker, etc. The present work is a result of a long experience of the scholar and it is expected that it will give an opportunity to the astronomers of the Traditional and Scientific Schools to carry on further researches on the subject.

An effort is made here in the Institute to make the best use of the experiences and studies of our traditional Vishistavidvans by encouraging them to make contributions to our knowledge in their own respective field through their writings. But it is not for us to say how far our efforts will be successful, for we are one with Kalidasa when he says—

‘आ परितोपादिदुषां न साधु मन्ये प्रयोगविज्ञानम्’ ।

Meantime, I must thank the Government of Bihar for enabling me to start the series within a couple of years from the inception of the Institute.

Thanks are due to the authorities of the Mithila Art Press, Darbhanga, but for whose ungrudging efforts the volume could not have come out in such a form and in such a short time.

प्रधानसम्पादकीयामुखम्

जनकयाज्ञवल्क्यादिपवित्रोक्तते मिथिलामण्डले दरभङ्गानगरे महाराजाधिराजेन श्रीप्रमता कामेश्वरसिंहबहादुरेण दानरूपेण प्रदत्ते बृहद्भूभागे एकपञ्चाशदुत्तरैकोनविंशतितमे ख्रीस्ताब्दीय-
नवम्बरमासस्यैकविंशतितमे दिवसे भारतवर्षाधिष्ठाना श्रीमद्राजेन्द्रप्रसादमहोदयेन मिथिलासंस्कृत-
विद्यापीठोऽयं संस्थापितः ।

श्राव्यासिन्नेऽस्मिन् विद्यापीठे संस्कृतविद्याया विभिन्नशाखासु गम्भीरगवेषणात्मकाध्ययनं
तदनुसारेणैव स्वल्पसख्यकेभ्यो विद्यार्थिभ्यः स्नातकोत्तरशिक्षाप्रदानञ्च सङ्घ्यम् । सम्मेलनस्थान-
मेतद्भारतीयप्राचीनशिक्षापद्धतिशुभा परिष्ठितानामाधुनिकगवेषणापराणां विदुषाञ्च । सम्भाव्यते
चान् परस्परपूरकत्वं सारस्वतवर्गद्वयस्य । अनेन प्रकारेण विद्यापीठेऽत्र प्राचीनविद्याध्ययन-
पद्धतिरक्षांचैमिविद्याक्षेत्रेषु प्रतिष्ठिता भविष्यति ।

श्राधानकवैज्ञानिकपद्धत्यनुक्रमेण प्राचीनशास्त्रग्रन्थानधिष्ठित्य प्रोद्यतमानुसन्धानं हि
मुख्यं कर्त्तव्यत्वेन परिगृहीतमत्र । श्रध्यापका गवेषकाश्च विभिन्नविषयेषु गवेषणायां सलग्नाः
सन्ति । पीठस्य स्वतन्त्रतया स्वल्पदीर्घकालसाध्या च गवेषणासरणिस्तदनुपुस्तकप्रकाशनञ्चैत्युभयं
प्रयत्नितम् ।

मिथिलाम्रान्ते तथाऽन्यत्र च यानि एतत् प्रत्नानि हस्तलिखितानि पुस्तकानि समुपलभ्यन्ते
तेषां संग्रहोऽपि विद्यापीठस्थान्यतम उद्देश्यः । एतेष्वेव ग्रन्थरत्नेषु भारतीयकलाविज्ञानपरम्परा
निहितास्ति । यत्र पुनस्तादृशः संग्रहो न शक्यकरणीयस्तत्र केवल विशेषविवरणोऽपि सम्पादनीय
एव ।

अत्र विद्यापीठे न केवल वैयक्तिकी गवेषणा प्रचरति अपि तु शिक्षकाः विद्यार्थिनश्च
परस्परं मिलित्वा सामूहिकरूपेण गवेषणाकार्यं परिचालनापरिपदो निर्देशानुसारेण स्वीकुर्वन्ति ।

काले काले निर्दिष्टकालसाध्या ये विषयाः स्वीकर्तव्यास्तेषु कियन्तोऽहस्तादुल्लिख्यन्ते—

(१) वैज्ञानिकरीत्या पुराणानामुपनिषदा च सम्पादनम् ।

(२) प्राचीनहस्तलिखितानां ग्रन्थानां तथ्यपूर्णवस्तुना च संग्रहः परीक्षणं विवरण-
निर्माणं च ।

(३) बहुमूल्यानां संस्कृतग्रन्थानां प्राचीनानामाधुनिकानां च सम्पादनम् ।

(४) गवेषणनिर्ग्रन्थानां विषयानुसारेण सामीक्षिकसूचीनिर्माणं तथा काले काले
तत्परिपूर्तिविधानं च ।

(५) मूलग्रन्थानां परीक्षणं विधाय सर्वशास्त्रान्वितस्य संस्कृतसाहित्यस्य पूर्णाङ्गेतिहास-
निर्माणम् ।

(६) संस्कृतग्रन्थानां तत्कर्तृणां च कालक्रमनिर्धारणम् ।

(७) भारतीयविद्यानिर्ग्रन्थानां वार्षिकविवरणग्रन्थप्रणयनम् ।

इत्येवं व्यवस्थिते मिथिलासंस्कृतविद्यापीठस्थेन विशिष्टविदुषा श्रीदयानाथशर्मणा गवेपणा-
पूर्वकं निर्मितोऽयं विमण्डलवक्रविचारनाम्ना प्रसिद्धो ग्रन्थो विपश्चितां पुरतः संस्थाप्यते ।
सुविदितमस्ति ज्योतिर्विदां यत्पूर्वाचार्यैरपि विषयेऽस्मिन् विशेषरूपेण विचारो न प्रकटितः । हर्ष-
स्थानभेतद्यदनेन विशिष्टविदुषा सुगूढस्यास्य विषयस्योपरि गवेपणां विधाय विपश्चितां छात्राणां
च कृत्ते महानुपकारः कृतः । अथ च अन्यममुमवलोनयारमदेशीयाः पारचात्यशिज्ञासम्भारच
विद्वान्सो विषयेऽस्मिन् गवेपणां कृत्वा इतोऽप्यधिकज्ञानप्रचारेण विरोपज्ञानद्वारोद्घाटनेन च
प्राचीनविदुषां गौरवं परां काष्ठां प्रापयिष्यन्तीति ।

वैशालशुक्लपूर्णिमा
१३६१

श्रीउमेशुनिभः
प्रधानसम्पादकः

प्राकथनम्

अवगाच्छन्त्येव भवन्तो यद्भास्कराचार्येण स्वसिद्धान्तशिरोमणौ गोलनन्धा-
धिकारे भगोले त्रिज्यागोले वा विमण्डलरचनावसरे "शीघ्रकर्णेन भक्तास्त्रिज्या
गुणा स्यु परत्तेषामाग प्रहाणा स्फुटा " इत्यादिना चन्द्रादीना प्रहाणा स्फुटान् शरा-
शान् ज्ञात्वा विमण्डलानि वृत्ताकाराणि वद्वानि । तत्रैव स्वस्वविमण्डले पूर्वोक्ता प्रहा
भ्रमन्ति इत्यभ्युक्तम् । तत् पूर्वन्तु केनापि भारतीयगणितज्ञेनाय विषयो न स्पष्ट । तत्-
पर्यायपि प्राचानमतल्लण्डनपर' सूर्यभक्त परमोद्भूत कमलाकरभट्टाऽपि न किमप्य-
स्मिन् विषये लिखितवान् । परन्तु काश्यामस्मद्गुरुचरणाना महामहोपाध्यायाना
पण्डितश्रीसुधाकरद्विवेदिना ममय एव पूर्वोक्तस्फुटशरानयने शास्त्रार्थचर्चा कुर्वाणाना
तदीयशिष्याणा श्रीहरोभा श्रीचतुर्भुजमिश्र-श्रीअपूजकाप्रभृतीना ज्यातिविज्ञाननिष्णा-
ताना महता पाण्डित्याना मध्ये चर्चाऽचरन्ति यद्भास्कराचार्यानीतभगोलीयविमण्डल प्रति-
भावोधकयुक्त्या न वृत्ताकार भवतीति । परञ्च क आकारो भवेद्विमण्डलाय त्रिज्यागोले
एकत्रिण्यो न जात । परमिम विषय श्रीगुरुचरणानामेव मुत्तात् श्रुतवता मया तेषा-
मेवानुक्रम्यथा क्रियानायास प्रारब्ध । कठिनपरिश्रमेणान्यमन्त्रकेन मया समये
समयेऽत्रत्यसिद्धान्तगवेषणयाभ्युक्तग्रन्थसमालोचनया च इदं वक्त स्थिरीकृतं यदिदं वक्त
अनेकधरातलीय कूर्मष्टपाकृति भवेत् वा द्वितीय नामास्य वक्तस्य गौलिकदीर्घवृत्तमपि
वरतु शक्यते । अथ चास्य वक्तस्य विषये न किमपि पाश्चात्यै डाक्टर कर्ण-मान्यवर-
गौड प्रो - मा-यधर्पाकर्षप्रभृतिभि ज्यौतिषपण्डितै मत् प्रकाशितम् । अस्मिन्नपि
वक्त्रे सरलदीर्घवृत्तत्रद्वय सिद्धान्ता घटन्ते । बृहद्ब्यासलघुव्यासभुजकोट्यादी-
नामपि विन्यासा सरलदीर्घवृत्तवत् सन्ति । आशास्यते च मम मित्राणि गरीयासो
विद्वत्सश्च अत्रत्यशुद्धि परिशोध्या कृतार्थविष्यन्ति तथा च वक्रोद्यवैशिष्ट्यमवगत्या-
नदानुभव करिष्यन्ति । एव मम परिभ्रमोऽपि सकलो भविष्यतीति ।

अस्य ग्रन्थस्य प्रकाशने प्रथम विहारराजान् प्रति धन्यवाद वितरामि येषामनु-
षम्पया वक्तमिदं विदुषा पुरत प्रकाशितमभूत् । तत् परमत्रत्य-डाइरेक्टर महामहो-
पाध्याय-पण्डितश्रीमहामेशमिश्रेभ्यो धन्यवाद ददामि ये रत्न अत्रत्य राजान सम्योध्य
पुस्तकमिदं मुद्रापयितु प्रयास कृतव त तथा च सशोधनादौ महत्साहाय्यमकुर्वन्ति ।

विनीत

श्रीदयानाथ(नन्द)भा

इत्येवं व्यवस्थिते मिथिलासंस्कृतविद्यापीठस्थेन विशिष्टविदुषा श्रीदयानाथशर्मणा गणेश-
पूर्वकं निर्मितोऽयं विमण्डलचक्रविचारनाम्ना प्रसिद्धो ग्रन्थो विपश्चितां पुरतः संस्थाप्यते ।
सुविदितमस्ति ज्योतिर्विदा यत्पूर्वाचार्यैरपि विषयेऽस्मिन् विशेषरूपेण विचारो न प्रकृतः । हर्ष-
स्थानमेतद्यदनेन विशिष्टविदुषा मुगूडस्यास्य विषयस्योपरि गणेशा विधाय विपश्चितां छात्राणां
च कृते महानुपकारः कृतः । अथ च ग्रन्थममुमवलोक्यास्मद्देशीयाः पाश्चात्पश्चिन्नात्तम्पद्मराज
विद्वान्तो विषयेऽस्मिन् गणेशा कृत्वा इतोऽप्यधिकज्ञानप्रचारेण विशेषज्ञानद्वारोद्घाटनेन च
प्राचीनविदुषां गौरवं परां काष्ठा प्रापयिष्यन्तीति ।

वैशाखशुक्लपूर्णिमा

१३६१

श्रीउमेशुमिश्रः

प्रधानसम्पादकः

प्राक्कथनम्

अवगच्छन्त्येव भवन्ती यद्भास्कराचार्येण स्वसिद्धान्तशिरोमणी गोलव्याधि-
कारे भगोले त्रिज्यागोले वा विमण्डलरचनावसरे "शीघ्रकर्णेन भक्तास्त्रिमज्या
गुणाः स्युः परत्वेपभागा प्रहाणां स्फुटाः" दृष्ट्यादिना चन्द्रादीनां महाणां स्फुटान् शरां-
शान् ज्ञात्वा विमण्डलानि घृत्ताकाराणि वद्वानि । तत्रैव स्वस्वविमण्डले पूर्वोक्ता प्रहा
भ्रमन्ति इत्यप्युक्तम् । ततः पूर्वन्तु केनापि भारतीयगणितज्ञेनाय विषयो न स्पष्टः । तत्-
पश्चादपि प्राचीनमतखण्डनपरः सूर्यभक्तः परमोद्भटः कमलाकरभट्टोऽपि न किमप्य-
स्मिन् विषये लिखितवान् । परन्तु काश्यामरमद्गुरुचरणानां महामहोपाध्यायानां
परिद्वतश्रीसुधाकरद्विवेदिना समय एव पूर्वोक्तास्फुटशरानयने शाम्भार्थचर्चा कुर्वाणानां
तदीयशिष्याणां श्रीहरीभा-श्रीचतुर्भुजमिश्र-श्रीश्रद्धाप्रभृतीनां ज्योतिर्विज्ञाननिष्णा-
तानां महत्तां पाण्डित्यानां मध्ये चर्चाऽज्ञानियद्भास्कराचार्यानीतभगोलीयविमण्डल प्रति-
भावोपकयुक्त्या न घृत्ताकारं भवतीति । परञ्च क आकारो भवेद्विमण्डलाय त्रिज्यागोले
एनत्रिण्यो न जातः । परमिमं विषय श्रीगुरुचरणानामेव मुखात् श्रुतवता मया तेषा-
मेवानुसन्धया क्रियानायासः प्रारब्धः । कठिनपरिश्रमेणान्यमनस्कैः मया समये
समयेऽत्रत्यसिद्धान्तगणेषु कियत्प्रयत्नसमालोचनया च इदं चक्रं स्थिरीकृतं यदिदं चक्रं
अनेकधरातलीय कर्मपृष्ठाकृति भवेत् वा द्वितीय नामास्य चक्रस्य गौलिकदीर्घवृत्तमपि
वक्तुं शक्यते । अथ चास्य चक्रस्य विषये न किमपि पाश्चात्यैः डाक्टर कर्ण-मान्यवर-
गौड प्रे - मान्यवरपार्करप्रभृतिभिः ज्योतिषपरिद्वतैः सतं प्रकाशितम् । अस्मिन्नपि
चक्रे सरलदीर्घवृत्तवद्बुद्धयः सिद्धान्ता घटन्ते । बुद्ध्यासलबुद्ध्यासभुजकोट्यादी-
नामपि विन्यासाः सरलदीर्घवृत्तवद् सन्ति । आशास्यते च मम मित्राणि गरीयांसो
विद्वांसश्च अत्रत्यशुटि परिशोधय मा कृतार्थविष्यन्ति तथा च चक्रोपवैशिष्ट्यमवगत्या-
नन्दानुभव करिष्यन्ति । एव मम परिश्रमोऽपि सफलो भविष्यतीति ।

अस्य ग्रन्थस्य प्रकाशने प्रथम विहारराजान् प्रति धन्यवाद् चित्तामि चेषामनु-
षन्धया चक्रमिदं विदुषां पुरतः प्रकाशितमभूत् । ततः परमत्रत्य-डाइरेक्टर-महामहो-
पाध्याय-परिद्वतश्रीमदुमेशमिश्रेभ्यो धन्यवाद् ददामि ये खलु अत्रत्यं राजानं सम्बोध्य
पुस्तकमिदं मुद्रापयितुं प्रयासं कृतवन्तः तथा च संशोधनादौ महत्साहाय्यमकुर्वन्ति ।

विनीतः

श्रीदयानाथ(नन्द)भा

विमण्डलवक्रविचारस्य विषयसूची

	पृ०	पं०
(१) मङ्गलाचरणम्	१	१
(२) ज्योतिषविज्ञानस्य महत्त्वम्	१	४
(३) एतद्वक्रस्याद्भुतत्वम्	१	६
(४) विमण्डलवक्रस्य परिभाषा	१	१९
(५) वक्रस्य वास्तुतः स्थितिः दृग्गोले	१	१७
(६) विमण्डलाधारसूच्यां स्थिरत्रिभुजस्य निर्णयः	२	१
(७) विमण्डलाधारसूच्याः कथं विपमत्वम्	२	१७
(८) प्रचलितवक्रेषु एतस्य निवेशोऽस्ति न वा	३	२
(९) दीर्घवृत्तपरवलयदिक्केषु वक्रस्य गणनानि भवेयुः, तस्य निर्णयः	३	३
(१०) वक्रस्य साधारणतया व्यासस्य स्वरूपम्	३	१२
(११) अयमनुमितो व्यासः कदा परमो भवेत् ?	४	८
(१२) परमव्यासस्थले एव भास्करस्य मतं सम्बद्धं घटते इति कथम् ?	४	१६
(१३) वक्रस्य परमालो व्यासः कदा ?	४	२०
(१४) विपमसूच्याः कियन्तः सिद्धान्ताः प्रतिपाद्यन्ते ?	४	२५
(१५) विपमसूचीमध्यस्थव्यासाधारत्रिभुजम्	५	१
(१६) सर्वेषु व्यासाधारत्रिभुजेषु भुजयोर्बर्गयोगः स्थिरः समानो भवेत् तदर्थं समीकरणम्	५	२-१७
(१७) प्रथमसिद्धान्तप्रतिपादनम्	६	१२
(१८) कस्य कणद्वयस्य घातः परमः परमालो वेति निर्णयः द्वितीयः सिद्धान्तश्च	७	१-२३
(१९) अथ तृतीयसिद्धान्तसूत्रम्	८	२
(२०) व्यासाधारत्रिभुजेषु कस्य शीर्षकोणः परमः कस्य शीर्षकोणः परमालो इति निर्णयिते	८	४
(२१) कदा सर्वे शीर्षकोणाः समानाः	९	१६
(२२) विमण्डलाधारीयविपमसूचीस्थस्थिरत्रिभुजशीर्षकोणः सम- कोणतुल्योऽधिकोऽलो वेति विचारः	९	१९
(२३) सूत्रम् ३	९	२०
(२४) विमण्डलव्यासाधारत्रिभुजेषु सर्वे शीर्षकोणाः प्रत्येकम् सम- कोणाधिकाः तत्रापि स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणः सर्वाधिको भवेत्	१७	८
(२५) अयं चतुर्थः सिद्धान्तः	१०	९

	पृ०	पं०
(२६) कभ्यां स्थितौ स्थिरत्रिभुजोयशीर्षकोणः परमाल्पो भवेत् तस्य निर्णयः	१०	२०
(२७) समीकरणरीत्या परमाल्पशीर्षकोणस्य निर्णयः । एतदर्थं पञ्चमः सिद्धान्तः	११	१२
(२८) परमाल्पपरमाधिकशीर्षकोणयोर्निर्णयं विधाय तद्वचशेन स्थिति- वशेनायं व्यासः कदा परमाल्पः परमाधिक इति निर्णयितम्	११	२२
(२९) इति षष्ठः सिद्धान्तः	११	२३
(३०) व्यासाधारीयसमद्विभुजशीर्षकोणः तथा स्थिरत्रिभुजशीर्ष- कोणार्धकर्त्री रेखा यत्र स्थिरत्रिभुजोयव्यासे लग्ना तद्व्यासो- परि लम्बरूपपूर्णाज्याप्रगामिनौ यौ कर्णौ ताभ्यां लम्बरूपपूर्ण- ज्यायां च यत् समद्विभुजं त्रिभुज जातं अनयोः पूर्वोक्तसमद्विभुज- त्रिभुजद्वयस्य शीर्षकोणयोः कतरः कोणाऽधिकस्त्वस्य निर्णयः क्रियते	१२	१
(३१) तदर्थं क्षेत्रम् ४	१२	६
(३२) पूर्वोक्तसमद्विभुजत्रिभुजशीर्षकोणयोर्न्यूनाधिकार्थं समीकरणं प्रारभ्यते	१३	१
(३३) व्यासाधोरसमद्विभुजत्रिभुजक्षेत्रम् ५ पञ्चमः	१४	२
(३४) क्षेत्रवल्लतः एतत्समद्विभुजशीर्षकोणार्धस्पर्शरेखावर्गसमी- करणमुपपाद्यते	१४	३
(३५) क्षेत्रं ६ षष्ठं गृहीतम् एतत् क्षेत्रवशतः शीर्षकोणार्धस्थानीयपूर्णाज्याद्वयवशातो यत् समद्विभुजत्रिभुजं तस्य शीर्षकोणार्धस्पर्शरेखावर्ग समी- करणमुपपाद्यते	१५	१०
(३६) शीर्षकोणार्धस्पर्शरेखावर्गार्थमपरष्टे समीकरणम्	१६	
(३७) अत्र षष्ठः सिद्धान्तः समाप्तः	१८	
(३८) अधुना स्थिरत्रिभुजशीर्षकोणतः पूर्वाज्याधारीयशीर्षकोणो न्यूनोऽधिको वाऽस्य विचारः क्रियते	१८	२
(३९) सप्तमं क्षेत्रम्	१६	
(४०) पूर्वाज्याधारसमद्विभुजशीर्षकोणः स्थिरत्रिभुजोयशीर्षकोणा- दधिकः सिद्धः	२०	

- (४१) भयमेव सप्तमः सिद्धान्तः २१ १७
- (४२) भगोले पूर्णज्याधारशीर्षकोणसंमुखचापम् स्थिरत्रिभुजतीयशीर्ष-
कोणचापेन परस्परमधितम् भवेत् २२ १३
- (४३) एतच्चापद्वयं परस्पर लम्बरूपं भगोले भवेत् एतन्निरणयः २२ १४
- (४४) एतं चापे परस्परं लम्बरूपे सिद्धे २३ ५
- (४५) एतयोरेव स्थिरत्रिभुजशीर्षकोणसंमुखचापं भगोले चक्रस्य लघु-
व्यासः, पूर्णज्याधारत्रिभुजशीर्षकोणसंमुखं चाप बृहद्व्यासः
चक्रस्य भवति २३ १७
- (४६) अष्टमं क्षेत्रम् २३ ११
- (४७) लघुव्यासोपरि अधःस्थानत उभयदिशि समानचापामगते ये
वक्रोये चापे लम्बरूपे भवेता ते अपि समाने चक्रभेतस्य
निरणयो लिख्यते २४ ४
- (४८) लघुव्यासार्धस्थानतः उभयदिशि समानचापे य, य_१, मितामगते
चक्रीयपूर्णचापेऽधुना समाने सिद्धे २६ १८
- (४९) अयमेष्टमः सिद्धान्तः येन पूर्वोक्तविषयः सिद्धः २६ १६
- (५०) अतः परं चक्रस्य स्वरूपं प्रदर्श्यते तथा च चक्रस्य स्वरूपं क्षेत्र-
रीत्या प्रदर्श्यते । क्षेत्रं नवम् २७ ३
- वक्रं नाम गोलिकदीर्घं घृत्तं वा कूर्मघृष्टादृति चक्रम् भवेत्
- (५१) इतः परं चक्रस्य सर्वेऽवयवाः सरत्तदीर्घवत् प्रविपाद्यन्ते को
धृद्द व्यासः कश्च लघुव्यासः कश्चेष्टव्यासः किं केन्द्रमित्यादि २७ १५
- कुत्र चक्रमधितं भवेत् प्रायः सर्वेऽवयवाः सरत्तदीर्घवृत्तं घटन्ते
को भुजः फाऽत्र कोटिरित्यादि २८ २४

श्रीतारा

विमण्डलवक्रविचारः

प्रणम्य तारिणीमाद्यामादौ तस्मात् परं गुरुम् ।
विमण्डलस्य वक्रस्य विचारं वन्मि विन्मुदे ॥१॥
सन्ति विज्ञानशास्त्राणि विविधान्यधुना बुधाः ।
तेष्विदं ज्योतिषं शास्त्रं श्रेष्ठं वैज्ञानिकैर्मतम् ॥२॥
तत्रेदमद्भुतं वक्रं पूर्वपश्चिमदेशिभिः ।
नाधुनार्थाय संस्पृष्टं तद्विचारे स्थितोऽस्म्यहम् ॥३॥
जगन्माता जगत्तारा देवैर्ब्रह्मादिभिः स्तुता ।
कारयत्येव यत्कर्म निश्चितं तत्करोम्यहम् ॥४॥

प्रथमं विमण्डलवक्रस्य परिभाषा निर्णीयते । विन्म्यस्य सूर्यादिग्रहाणां वास्तविकधनपिएडात्मकस्वरूपाणां यन्मण्डलं भ्रमणमार्गः, तदेव विन्म्य-मण्डलम्, अथ वा लघुस्वरूपं विमण्डलमित्युच्यते ।

विमण्डलसम्बन्धि यद्वक्रं अर्थात् प्रतिभावोधक्युक्त्या ग्रहगोलीय-विमण्डलस्य भगोले त्रिज्यागोले वा परिणामनेन यद्वक्रमुत्पद्यते तदेव वक्रं विमण्डलवक्रमित्युच्यते ।

अत्र च परिणामने स्वल्पान्तरात् भूषृष्टभूकेन्द्रयोरभेदात् भूकेन्द्रं मुख्य-स्थानं मतम् । यथा प्राचीनैर्भास्करादिभिः भगोले शारादिज्ञानार्थं विमण्डल-बन्धनान्तरे भूकेन्द्रादेव मर्ता व्यनस्थाः गृहीताः । अर्थात् भूकेन्द्रमेव परिणामनम्य मुख्यस्थानं तैः स्वीकृतम् ।

अतोऽधुना भूकेन्द्रतः ग्रहगोलीयविमण्डलाधारमूर्च्छी निर्मायते । तस्याः सूर्याः कर्त्ता यत्र यत्र भगोलेऽथ वा दृग्गोलेऽथ वा त्रिज्यागोले लगेऽधुमत्र तत्र य आकार उत्पद्यते तदेव विमण्डलवक्रम् । तस्य प्रथमं विस्तारम्य देवस्य च विचारः क्रियते ।

अत्र सूच्यां प्रथमं स्थिरत्रिभुजस्य निर्णयः क्रियते । ग्रहगोलीयोच्च-
देशात् विमण्डलोपरि लम्बवृत्तं क्रियतां, तद्वृत्तमुभयदिशि यत्र विमण्डले
लगेत् तद्विन्दुद्वयगतं भूकेन्द्रतः कर्णद्वयं गृह्यताम् । तथा च उभयविन्दुगतो
विमण्डलस्य व्यासरेखा । एताभिसिसृभी रेखाभिर्जायमानमत्र विपमसूच्याः
स्थिरत्रिभुजं भवेत् ।

अत्र विमण्डलस्य भूकेन्द्रे केन्द्राभावात् विपमैव सूची भवेत् । स्थिरत्रिभुज-
लक्षणं यदाधारवृत्तधरातले लम्बरूपं, अथ च आधारवृत्तव्यासाधारं भवेत्,
तथा च सूच्या वृहत्तमलघुतमकर्णां तत्रैव त्रिभुजे भवेताम् । अत्र यदिष्टवृत्तम्
उच्चाद्विमण्डले लम्बरूपं तद्वृत्तस्य धरातलस्य भूकेन्द्रेऽपि सत्ताऽस्ति ।
अथ च विमण्डलस्य विन्दुद्वयेऽपि चततः प्राक् त्रिभुजं सर्वथा सर्वात्मना विमण्ड-
लोपरि लम्बरूपवृत्तधरातलेऽस्ति । परञ्च एतदिष्टवृत्तधरातलं विमण्डले
लम्बरूपम् । तत इदमपि त्रिभुजधरातलं लम्बरूपम् । अथ च उच्चात् प्रथम-
विन्दोः विमण्डलस्य सर्वविन्दुपेक्षया नैकद्वयात् तत्रत्यः परमदीर्घकर्णः अथ
च द्वितीयविन्दोः उच्चात् परमदूरान्तरात् परमाल्पकर्ण इति गोलीयरेखा
गणितसरलरेखागणिताभ्यां सुस्पष्टम् । ततः प्राक् त्रिभुजं विमण्डलधरातले
लम्बरूपम् । तत्रैव सूच्याः वृहत्तमलघुतमकर्णां वर्तेते । अथ चाधारवृत्तस्य
विमण्डलस्य व्यासः तदीयाधारः । अत इदं त्रिभुजं स्थिरत्रिभुजम् ।

अथ प्रथममेतत् स्थिरत्रिभुजमधिकृत्य विचार्यते यद्भगोले परिणतं
वक्रं किमपि प्रचलितवक्रमध्ये सन्निविष्टमस्ति न वा ? मन्यतां तान्त् भगोले
यद्ब्रह्मं तदेकधरातलीयं किमपि । तदवस्थायां तद्वक्रधरातलस्थिरत्रिभुज-
धरातलयोगरेखयाऽर्थात् भगोलीयस्थिरत्रिभुजकर्णद्वयान्तःपातिपूर्णज्याया
आधाररूपया यद्भूकेन्द्रतः त्रिभुजमुत्पद्यते भगोलाधारे तत् त्रिभुजं सर्वसंमतं
स्पष्टं समद्विबाहुकम् । यतः भूकेन्द्राद्भगोलान्तं सर्वत्रान्तरं त्रिज्यातुल्यमिति ।
अथ च प्राक् स्थिरत्रिभुजं तु विपमत्रिभुजम्, तत्र कर्णयोर्न्यूनाधिकृतात् ।
अतः समद्विबाहुकत्रिभुजविपमत्रिभुजयोः कदाचिदपि कोणत्रयस्य साम्यं न
भवेत् । अत्रैकः कोणस्त्वेक एव शीर्षगतः । आधारतलानपि कोणौ अनयोः

समविपमत्रिभुजयोः समत्वं न भजेते। ततः प्रतिभावोधकयुक्तया वक्रस्य वृत्तत्व-
कल्पनाऽसम्भवा ।

ननु वृत्तादितरेषां दीर्घवृत्तादीनां वक्राणां सम्भावनाया अपि निर्णयः
क्रियते । अत्र सूचीछेदनव्यवस्थया एकस्मिन् पार्श्वे असमानान्तरधरातलेन
छिद्यमाना विपमा सूची वृत्तव्यवस्थातः इतरस्थितौ दीर्घवृत्तस्य सम्भावनाऽस्ति ।
परञ्च गोलपृष्ठोपरि एकधरातलीयं किमपि वृत्तेतरवक्रं गोलीयरेखागणितयुक्त्या
“यदि गोलघनक्षेत्रं”मित्यादिना न भवितुमर्हति । अतो दीर्घवृत्तस्य
सुतरां रण्डनं जातम् । अथ चातिपरवलयपरवलयादीनामप्येकधरातलीय-
वक्राणामपि गोलपृष्ठोपरि न निवेशो भवेत् । अथ वा ससीमगोलपृष्ठोपरि
असीमवक्रस्यातिपरवलयपरवलयद्वयस्य निवेशासंभवात् । अतोऽत्र जिज्ञासो-
दयति यदवश्यमेव किमपि विशिष्टं वक्रमनेकधरातलीयं भवेदेव । यच्छेदन-
क्षेत्रं कमपि गोलपृष्ठभागमभिन्याप्नोति ।

तत्र विपमसूचीक्षेत्रं स्थिरत्रिभुजधरातलेन समानमुभयपार्श्वे विमज्यमानं
वर्तते। ततः प्रत्यक्षमेवानुमानेन वा संभाव्यते यद्विपमसूच्याः समानःसमानः
अर्धभागः स्थिरत्रिभुजादुभयदिशि भगोले परिणामनेन वक्रस्य स्थिरत्रिभुज-
धरातलादुभयदिशि समानं ममानमेव भागं व्यनक्ति यस्य स्फुटीकरणमग्रे
गणितद्वारा वकीयसिद्धान्तवलेन भविष्यति । अधुना स्थिरत्रिभुजीप-
विमण्डलव्यासरेखा भगोले परिणता यच्चापमभिव्याप्नोति तच्चापमेव वक्र-
स्यैवधापीयो व्यासो भवेत् । तत एव उभयदिशि वक्रं समानं द्विभिक्तं
भवेत् । यतः प्राकृतनविमण्डलीयव्यासरेखोपरि लम्बमानाः यावत्यः पूर्णज्याः
विमण्डलधरातलगतता भवेयुः ताम्यः प्रत्येकपूर्णज्यया उभयपार्श्वीपमाम्पां
च कर्णाम्पां यत् यत् ममद्विधादुत्रिभुजं भवेत् सा च पूर्णज्या भगोले परिणता
यद्व्यर्चापं व्याप्नोति ततच्चापपूर्णज्या स्वस्वविमण्डलीयपूर्णज्यया
समानान्तरा भवेत् । भगोलेऽपि त्रिज्यातुल्यरुर्णयोः ममत्वात् । ममद्विधादुर्ण-
विमण्डलीयपूर्णज्याधारेऽपि त्रिभुजस्य समद्विधादुर्णम् । ततो द्वयोः
समानान्तरत्वात् मध्यगतस्थिरत्रिभुजीपधरातलोपरि द्वयोर्लम्बत्वात् भगोले

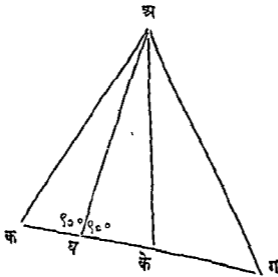
स्थिरत्रिभुजीयाधाररेखोपरि भगोलीयपूर्णज्याया लम्बत्वात् भगोलाधारेण पूर्णज्याऽर्धिता लम्बरूपा च भवेत् । अतः स्थिरत्रिभुजादुभयपार्श्वे चापमानमपि पूर्णज्याक्रान्तं समानं द्विविभक्तं भवेत् । अतः स्थिरत्रिभुजीयचापादुभयपार्श्वे सर्वाणि चापानि लम्बरूपाणि समानं द्विविभक्तानि जातानि । अतः स्थिरत्रिभुजीयवक्रचापं सर्वाणि लम्बचापानि समानं विभजते । अतः स्थिरत्रिभुजीयचापं वक्रस्य मध्यगतं भवेत्, मध्यगतत्वात् । इदं चापं वक्रस्य कोऽपि व्यासो भवितुमर्हति ।

इदं चापं कदा महत्तमं भवेत् ? अर्थात् कस्य वक्रस्येदं चापं स्थिरत्रिभुजधरातलगतं परमं भवेदिति । तत्र जिज्ञासायां यदा स्थिरत्रिभुजस्य भूकेन्द्रसंलग्नशीर्षकोणः परमाधिकः तदा तत्संमुखचापमपि स्थिरत्रिभुजधरातलीयं परमं भवेत् । परञ्च यदा सूचीसत्ता भवेत् तदा तु निश्चितमस्ति यत् स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणः समकोणद्वयादल्पो भवेत् । यदा विमण्डलं उच्चदेशे गच्छेत् तदा तु भूकेन्द्रेऽपि विमण्डलधरातलसत्ता भवेत् । तदा भूकेन्द्रतो विमण्डलाधारा सूची नोत्पद्यते । अथ च स्थिरत्रिभुजशीर्षकोणस्तत्र समकोणद्वयसमानः । ततः पूर्वोक्तचापमपि समकोणद्वय (१८०°) समानं भवेत् । वक्रमपि अत्र वृत्ताकारं भवेत् परमञ्च वक्रमानं भवेत् । अत्रैव भालरादिमतेन स्वीकृतं भगोले विमण्डलं वृत्ताकारं सम्यक्तां गच्छतीति दिक् ।

अत्र पुनर्जिज्ञासोदयति यत् क्व स्थिरत्रिभुजीयविमण्डलवक्रस्य व्यासः परमाल्पो भवेत् ? तत्स्थाननिर्णये चहृनि वस्तूनि तद्वक्त्रे निर्णेतव्यानि सन्ति येषां ज्ञानेऽपि एतद्वक्रीयकृतिचन मिद्धान्ता उपयोऽयन्ते । ततः प्रथमं त एव मिद्धान्ताः समुच्यन्ते ।

अत्र विमण्डलाधारा निपमा सूची वर्तते । अतो निपमसूच्याः कियन्तः मिद्धान्ता उच्यन्ते—

विमण्डलीमध्यस्थव्यासाधारं त्रिभुजत्रयम् (१)



अत्र मन्यते प्रथमं स्थिरत्रिभुजम् । तत्र लघुतमः कर्णः=अक । बृहत्तम-
कर्णः=अग । आधारवृत्तव्यासः = कग । वृत्तकेंद्रम् = के । कके = वृत्त-
व्यासार्द्धम् । गके = वृत्तव्यासार्द्धम् । अके = वृत्तकेंद्रगता रेखा शीर्षतः ।

अघ = व्यासोपरि लम्बः ।

अकघ त्रिभुजे अक^२ = कघ^२ + अघ^२

अगघ त्रिभुजे अग^२ = गघ^२ + अघ^२

परञ्च कघ = केक - केघ.....(१)

गघ = केग + केघ

परञ्च केग = केक, व्यासार्धत्वात् ।

ततः गघ = केक + केघ.....(२)

अतः कघ^२ = (केक - केघ)^२

वा = केक^२ - २ × केक × केघ + केघ^२

एवम् गघ^२ = (केक + केघ)^२

= केक^२ + २ केक × केघ + केघ^२

अतः अक = केक^२ - २ केक × केघ + केघ^२ + अघ^२

एवम् अग^२ = केक^२ + २ केक × केघ + केघ^२ + अघ^२

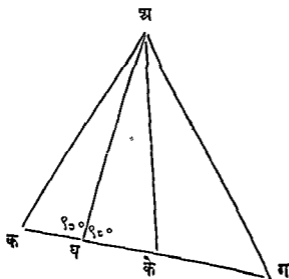
स्थिरत्रिभुजोपाधाररेखोपरि भगोलीयपूर्णाज्याया लम्बत्वात् भगोलाधारेण पूर्णाज्याऽर्धिता लम्बरूपा च भवेत् । अतः स्थिरत्रिभुजादुभयपार्श्वे चापमानमपि पूर्णाज्याक्रान्तं समानं द्विर्निभक्तं भवेत् । अतः स्थिरत्रिभुजोपाधादुभयपार्श्वे सर्वाणि चापानि लम्बरूपाणि समानं द्विर्निभक्तानि जातानि । अतः स्थिरत्रिभुजोपाधादुभयपार्श्वे सर्वाणि लम्बचापानि समानं त्रिभजते । अतः स्थिरत्रिभुजोपाधादुभयपार्श्वे वक्रस्य मध्यगतं भवेत्, मध्यगतत्वात् । इदं चापं वक्रस्य कोऽपि व्याप्तो भवितुमर्हति ।

इदं चापं कदा महत्तमं भवेत् ? अर्थात् कस्य वक्रस्येदं चापं स्थिरत्रिभुजधरातलगतं परमं भवेदिति । तत्र जिज्ञासायां यदा स्थिरत्रिभुजस्य भूकेन्द्रसंलग्न शीर्षकोणः परमाधिकः तदा तत्संमुखचापमपि स्थिरत्रिभुजधरातलीयं परमं भवेत् । परञ्च यदा सूचीसत्ता भवेत् तदा तु निश्चितमस्ति यत् स्थिरत्रिभुजोपाधादुभयपार्श्वे समकोणद्वयादल्पो भवेत् । यदा विमण्डलं उच्यते गच्छेत् तदा तु भूकेन्द्रेऽपि विमण्डलधरातलमत्ता भवेत् । तदा भूकेन्द्रतो विमण्डलाधारा सूची नोत्पद्यते । अथ च स्थिरत्रिभुजशीर्षकोणस्तत्र समकोणद्वयसमानः । ततः पूर्वोक्तचापमपि समकोणद्वय (१८०°) समानं भवेत् । वक्रमपि अत्र घृत्ताकारं भवेत् परमञ्च वक्रमानं भवेत् । अत्रैव भास्करादिमतेन स्वीकृतं भगोले विमण्डलं घृत्ताकारं सम्यक्तां गच्छतीति दिक् ।

अत्र पुनर्जिज्ञासोदयति यत् क्व स्थिरत्रिभुजोपाधादुभयपार्श्वे व्याप्तः परमालो भवेत् ? तत्स्थाननिर्णये बहूनि वस्तूनि तद्वक्त्रे निर्णेतव्यानि गन्ति येषां ज्ञानेऽपि एतद्वर्गीयकृतिचन मिद्वान्ता उपयोद्ध्यन्ते । ततः प्रथमं त एव मिद्वान्ताः समुच्यन्ते ।

अत्र विमण्डलाधारा विषया सूची वर्तते । अतो विषयग्रन्थाः स्मियन्तः मिद्वान्ता उच्यन्ते—

विपमसूचीमध्यस्थव्यासाधारं त्रिभुजक्षेत्रम् (१)



अत्र मन्यते प्रथमं स्थिरत्रिभुजम् । तत्र लघुतमः कर्णः=अक । बृहत्तम-
कर्णः=अग । आधारवृत्तव्यासः = कग । वृत्तकेन्द्रम् = के । कके = वृत्त-
व्यासाद्धम् । गके = वृत्तव्यासाद्धम् । अके = वृत्तकेन्द्रगता रेखा शीर्षतः ।

अघ = व्यासोपरि लम्बः ।

अकघ त्रिभुजे अक^२ = कघ^२ + अघ^२

अगघ त्रिभुजे अग^२ = गघ^२ + अघ^२

परञ्च कघ = केक - केघ.....(१)

गघ = केग + केघ

परञ्च केग = केक, व्यासार्धत्वात् ।

ततः गघ = केक + केघ.....(२)

अतः कघ^२ = (केक - केघ)^२

या = केक^२ - २ × केक × केघ + केघ^२

एवम् गघ^२ = (केक + केघ)^२

= केक^२ + २ केक × केघ + केघ^२

अतः अक^२ = केक^२ - २ केक × केघ + केघ^२ + अघ^२

एवम् अग^२ = केक^२ + २ केक × केघ + केघ^२ + अघ^२

अनयोर्योगः द्विघ्नघातस्य घनर्णयोः समत्वान्नाशे कृते

$$अक^2 + अग^2 = २ केक^2 + २ केघ^2 + २ अघ^2$$

$$= २ (केक^2 + केघ^2 + अघ^2)$$

परञ्च 'अघके' जात्यत्रिभुजे केघ^2 + अघ^2 = अके^2

$$अतः अक^2 + अग^2 = २ (केक^2 + अके^2)$$

$$वा = २ \left\{ \left(\frac{वृत्त}{२} \right)^2 + केन्द्रगतमध्यरेखा^2 \right\}$$

$$अतः लक^2 + वृक^2 = २ \left\{ \left(\frac{वृत्त}{२} \right)^2 + केशीर्षतमरेखा^2 \right\}$$

अथात्र विषमसूत्र्यां व्यासाधाराणि बहूनि त्रिभुजानि सन्ति । सर्वस्मिन् त्रिभुजे सूत्रीशीर्षतो वृत्तमध्यगता रेखा एकैव सर्वत्रिभुजनिष्ठा । अथ च वृत्त-व्यासार्धं सर्वत्र समानमेव । अतः सिद्धं यद् सर्वस्मिन् व्यासाधारत्रिभुजे

$$भुजद्वयवर्गयोगः = \left\{ \left(\frac{वृत्त}{२} \right)^2 + शीर्षमध्यरेखा^2 \right\}$$

समान एव भवेत् ।

इत्येकः प्रथमः सिद्धान्तः ।

अथ द्वितीयः सिद्धान्तो विविच्यते—

अधुना विचार्यते यदेषु व्यासत्रिभुजेषु भुजद्वयघातः अथ वा कर्ण-द्वयघातः कस्य त्रिभुजस्य परमाल्पः कस्य महत्तमः भवेत् ? एतस्य विचारः क्रियते । अत्र सर्वेषु व्यासाधारत्रिभुजेषु एकं समद्विघातुकं त्रिभुजं भवेत् । यस्य व्यासः स्थिरत्रिभुजीयव्यासोपरि लम्बो भवेत् । तद्व्यासाधारत्रिभुजे भुजद्वयान्तरं परमाल्पं अर्थात् शून्यमितम् ।

अथ च स्थिरत्रिभुजीयभुजद्वयमत्र एको लघुतमः कर्णः, एकश्च महत्तमः कर्णः । अतोऽन्योरन्तरं परमाधिकं भवेत् ।

अतः इष्टस्थानीयभुजद्वयान्तरं स्थिरत्रिभुजीयवर्षद्वयान्तरतो न्यूनं, अथ च समद्विघातुककर्णद्वयान्तरतोऽधिकं भवेत् ।

अथ स्थिरत्रिभुजीयकर्णद्वयस्य संकेतनाम 'ल वृ' ।

समद्विबाहुत्रिभुजकर्णद्वयस्य नाम 'स, स_१' ।

इष्टस्थानीयकर्णद्वयस्य नाम इ, इ_१ ।

अतः पूर्वयुक्त्या

$$वृ - ल > इ - इ_1 > स - स_1$$

एतेषां वर्गाः—

$$वृ^2 + ल^2 - २ \times वृ \times ल > इ^2 + इ_1^2 - २ इ \times इ_1 > \\ स^2 + स_1^2 - २ स \times स_1 = 0$$

परञ्च पूर्वसिद्धान्तेन

$$वृ^2 + ल^2 = इ^2 + इ_1^2 = स^2 + स_1^2$$

सर्वे समानाः ।

अतः समानकर्णद्वयवर्गयोगस्य निष्काशनात् पूर्वविषयीकरणम् ।

$$-२ \times ल \times वृ > -२ इ \times इ_1 > -२ स \times स_1$$

अतः पक्षपरिवर्तनेन

$$२ इ \times इ_1 > २ \times ल \times वृ$$

एवम् पक्षपरिवर्तनेनैव च

$$२ स \times स_1 > २ इ \times इ_1$$

अतः सिद्धम्

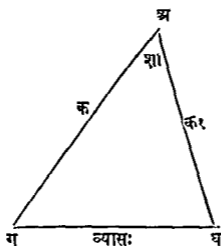
$$२ म \times म_1 > २ इ \times इ_1 > २ ल \times वृ$$

$$वा = म \times स_1 > इ \times इ_1 > ल \times वृ$$

एतेन सिद्धम्—यत् स्थिरत्रिभुजीयकर्णद्वयघातः सर्वेभ्यो व्यामाधारीय-
त्रिभुजकर्णद्वयघातेभ्यः प्रत्येकतः अल्पः सिद्धः । अथ च व्यामाधारसमद्वि-
बाहुत्रिभुजस्य कर्णद्वयघातः सर्वेभ्यो घातेभ्यः प्रत्येकतः अधिकः सिद्धः ।

इति द्वितीयः सिद्धान्तः ।

अथ तृतीयः सिद्धान्तो विविच्यते—क्षेत्रम् (२)



अधुना विचार्यते एतेषु व्यासाधारत्रिभुजेषु कस्य त्रिभुजस्य शीर्षकोणः परमाधिकः कस्य परमाल्पो भवेदिति ?

किमपि त्रिभुजं व्यासाधारं गृहीत्वा विचार्यते ।

तत्र प्रथमकर्णाः = क । द्वितीयकर्णाः = क१ । आधारः = गघ = वृत्तव्यासः । शीर्षकोणः = शी ।

तत्र त्रिकोणमित्या

$$क^2 + क१^2 - २ \times क \times क१ \times कोज्या शी = गघ^2 = व्यास^2$$

$$अत्र त्रि = १$$

वा पदान्तरकरणेन

$$\frac{क^2 + क१^2 - व्यास^2}{२ \times क \times क१} = कोज्या शी$$

एतन्न सर्वत्र त्रिभुजे कर्णाभ्यवर्गयोगः । तत्र व्यासमगो न्यूनः भाज्ये भवेत् । हरश्च कर्णाभ्यघातः द्विगुणितो भवेत् । परञ्च भाज्यः सर्वत्र समानो भवेत् । यतः $क^2 + क१^2 =$ वर्गयोगः = सर्वत्रिभुजे पूर्वसिद्धान्तेन समानः । व्यासवर्गश्च समान एव । ततोऽन्तरतुल्यो भाज्यः समान एव । हरः कर्णाभ्यघातः

द्विगुणितः। तत्र व्यासाधारीयसमद्विबाहुकत्रिभुजीयकर्णघातः सर्वेभ्योऽधिकः।
 स्थिरत्रिभुजीयकर्णद्वयघातः सर्वेभ्योऽल्पः। अतः फलरूपा शीर्षकोणकोटिज्या
 समद्विबाहुस्यले सर्गल्या भवेत्। अथ च स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणकोटिज्या
 सर्वाधिका भवेत्। अतो यदा शीर्षकोणः समकोणाल्पः प्रथमपदीयः तदा तु
 स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणः सर्वेभ्यः शीर्षस्थानीयकोणेभ्यः प्रत्येकस्मादल्पो भवेत्।
 अथ च समद्विबाहुकत्रिभुजशीर्षकोणः सर्वेभ्योऽधिको भवेत्। यदि च कोणः
 समकोणाधिकः तदा कोणकोटिज्या ऋणात्मिका, तदा कोणकोटिः समकोणे
 योज्यते तदा शीर्षकोणः स्यात्। तदवस्थायां स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणः सर्वाधिकः।
 समद्विबाहुकत्रिभुजीयशीर्षकोणः सर्गल्पः स्यात्। अत्रैव तृतीयसमोकरणे यदि
 $k^2 + k'^2 = व्यास^2$ तदा भाज्यः = ०

हरः द्विगुणकर्णघातः

तेन विभक्तं फलम् = ० = कोज्या शी

सर्वेषु त्रिभुजेषु तदा

सर्वत्रिभुजे शीर्षकोणः = ६० - ०
 = ६०

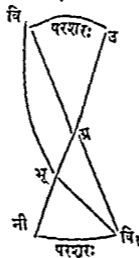
समकोणसमानः

तदवस्थायाः सर्वे शीर्षकोणाः समानाः भवन्ति यथान् ६०० तुल्या भवेयुः।

अधुना प्रकृते विमण्डलाधारत्रिभुजस्यः शीर्षकोणः समकोणाधिकः,

समकोणाल्पः, समकोणतुल्यो वा स्यादिति विचार्यते।

चेत्रम् (३)



यदवस्थायां विमण्डलं उच्चस्थानात् परमशरान्तरे भवेत् तदवस्थायां निर्णेष्यमाणः स्थिरत्रिभुजीयकोणः परमाल्पो भवेत् । सोऽपि कोणोऽत्र समकोणाधिक एव भवेत् । यतः नीचासन्नेऽपि $<$ नीभूर्विः१ कोणः परमभगोलीय-परमः शरः समकोणाल्पः । स च यदा १८०° — अत्रोनीक्रियते तदाशेषः $>$ विःभूउ कोणः समकोणाधिकोऽवशिष्यते । तत्र यदा विभूउ कोणो योज्यते तदा $<$ विभूर्विः१ कोणः स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणः सुतरां समकोणाधिकः । अयं च यदा समकोणाधिकस्तदा सर्वे समकोणाधिकाः । ततोऽप्यधिकः स्थिर-त्रिभुजीयकोणो भवेत् ।

इति चतुर्थः सिद्धान्तः ।

पूर्वं सर्वेषु स्थिरत्रिभुजेषु उच्चस्थानोयविमण्डलाधारीयस्थिरत्रिभुजशीर्षकोणः परमाधिकः पूर्वसिद्धः । अधुना कः परमाल्पस्तस्य विचारः क्रियते ।

अत्र यावन्ति स्थिरत्रिभुजानि भवेयुः तेषु सर्वेषु कयोः स्थिरत्रिभुजीय-लघुतमवृहत्तमकर्णयोरन्तरं परमाल्पं भवेत् ? इति विचार्यते । इदं यदा उच्चस्थानात् विमण्डलं परमशरान्तरे भवेत् तदा विमण्डलीयोच्चकर्णाः सर्वस्थानोय-विमण्डलीयोच्चकर्णोभ्यः प्रत्येकस्मात् अल्पः । यतः उच्चात् दूरान्तरे वर्तते । अयमेव कर्णाः स्थिरत्रिभुजे सर्वत्र वृहत्तमकर्णाः । अथ च नीचस्थलात् अत्र विमण्डलीयनीचकर्णाः परमनीचकर्णात् दूरे भवेत् । तथा च अन्यत्रत्येभ्यः विमण्डलीयनीचकर्णोभ्यः प्रत्येकस्मात् अयं विमण्डलीयनीचकर्णः परमाधिरुः । अयमेव कर्णाः स्थिरत्रिभुजे लघुतमकर्णाः । अतः सर्वत्रत्येभ्यः वृहत्तमलघुतम-कर्णान्तरेभ्यः प्रत्येकस्मात् अत्र वृहत्तमलघुतमकर्णान्तरं परमाल्पं भवेत् ।

अथात्रस्थलीयवृहत्तमकर्णलघुतमकर्णयोर्नाम लघुमर्कणेन वृहत्तम-कर्णः = वृ । लघुतमकर्णः = ल

अन्यस्थलीयवृहत्तमकर्णः = वृ१

लघुतमकर्णः = ल१

अतः पूर्वघुक्तयान्तरम् = वृ - ल $<$ वृ१ - ल१

पक्षयोवर्गः

$$वृ^2 + ल^2 - २ \times वृ \times ल < वृ_१^2 + ल_१^2 - २ वृ_१ \times ल_१$$

परञ्च सर्वासु विमण्डलाधारासु विपमासु सूचीषु व्यासः स्थिरः । मध्यगता रेखा भूकेन्द्रग्रहगोलकेन्द्रयोरन्तरमिताऽन्त्यफलज्या स्थिरा । अतः पूर्व-सिद्धान्तेन सर्वत्र घृहचमलघुतमकर्णयोर्वर्गयोगः समानः स्थिर एव आगच्छेत् ।

$$ततः वृ^2 + ल^2 = वृ_१^2 + ल_१^2$$

ततः समयोनांशेन

$$- २ ल \times वृ < - २ ल_१ \times वृ_१$$

अथ वा पक्षान्तरेण

$$२ वृ_१ \times ल_१ < २ वृ \times ल$$

$$\text{वा } वृ_१ \times ल_१ < वृ \times ल \dots \dots (५)$$

इति पञ्चम सिद्धान्तः ।

अधुना विचार्यते कस्य स्थिरत्रिभुजस्य कोणाः शीर्षाण्यः परमाल्पो भवेत् ?

अथ त्रिकोणमित्या पूर्वोक्तत्रिभुजयोरेव

$$\text{शीर्षकोणकोटिज्या} = \frac{ल^2 + वृ^2 - व्या^2}{२ \times ल \times वृ} \quad (१)$$

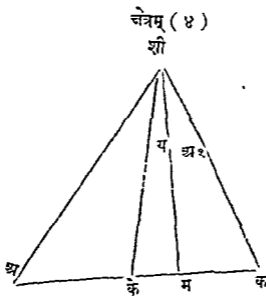
$$\text{शीर्षकोणकोटिज्या} = \frac{ल_१^2 + वृ_१^2 - व्यास^2}{२ \times ल_१ \times वृ_१} \quad (२)$$

अथ विमण्डलव्यासः एक एव । अत्र सर्वत्र स्थिरत्रिभुजे शीर्षकोणास्य समकोणाधिकात् कोणकोटिज्या ऋणात्मिका ।

परमत्र समीकरणाद्वे (१) (२) परमशरान्तरस्थानीयकर्णद्वयघातः परमाधिकः । अतस्तत्रत्यफलं परमाल्पं शीर्षकोणकोटिज्यामानम् । अतः (१)-प्रथमसमीकरणस्थफलं परमाल्पम् । अतस्तत्रत्यशीर्षकोणकोटिज्या परमात्मिका ऋणात्मिका च भवेत् । तच्चापं यदा नवत्यां योज्यते तदा तत्र शीर्षकोणः सुतरां सिद्धः परमाल्पः । अत एव तत्रस्थलीयशीर्षकोणसंमुखः भगोलीय-विमण्डलवक्रव्यासः परमाल्पः स्यात् । उच्चस्थले परमाधिको व्यासः स्यात् ।

इति षष्ठ सिद्धान्तः ।

अधुना विचार्यते—यत् विषमसूच्यां व्यासाधारं समद्विबाहुकत्रिभुजं वर्तते तस्य शीर्षकोणो यो भवेत् अथ च स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणस्यार्धकर्त्री रेखा यत्राधारे लगति ततः स्थिरत्रिभुजीयव्यासोपरि लम्बरूपिणी पूर्णज्या क्रियताम् । तदग्रगामिनौ यौ कर्णां स्तस्ताम्भां तत्पूर्णज्याया च यत् त्रिभुज-मुत्पद्यते तस्य शीर्षकोणश्च अथ च व्यासाधारसमद्विबाहुत्रिभुजस्य यः शीर्ष-कोणः अनयोः कोणयोर्मध्ये कतरः कोणोऽधिको भवेत्? तस्य विचारः क्रियते ।
अत्र द्वे त्रिभुजे समद्विबाहुके । अथ च द्वयोरेवाधारौ स्थिरत्रिभुजीय-व्यासोपरि लम्बरूपाविति प्रत्यक्षमेव ।



अधुना अशीक एकं स्थिरत्रिभुजं गृहीतम् । अक = व्यासः । शीक = लघु-तमकर्णः । शीअ = बृहत्तमकर्णः । शीम = शीर्षकोणार्धकर्त्री रेखा । के = केन्द्र-चिन्दुः विमण्डलस्य । केचिन्दुतस्तु व्यासाधारसमद्विबाहुकत्रिभुजं प्रसिद्धमे-वास्ति । यस्य शीर्षकोणः स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणातोऽत्राल्प एव सिद्धः ।

अधुना मस्थलतः स्थिरत्रिभुजीयव्यासोपरि लम्बरूपिणी पूर्णज्या कृता सा विमण्डलपाल्यां स्थानद्रये यत्र लग्ना तदग्राधारौ द्वौ कर्णां गृहीतौ, एका च पूर्णज्या । इदमपि एकं समद्विबाहुकत्रिभुजं जातम् । अनयोः समद्वि-बाहुकत्रिभुजयोः शीर्षकोणयोर्न्यूनाधिकता विचार्यते ।

अत्र कल्प्यते शीर्षकोणार्धम् = अ१

केशीम - कोणः = य

अतः \angle केशीक = अ१ + य

अथ च \angle केशीअ = अ१ - य

अतः केशीकत्रिभुजे कोणानुपातेन

$$\frac{\text{केक} \times \text{ज्या} \angle \text{शीकके}}{\text{ज्या} \angle \text{केशीक}} = \text{शीके}$$

पुनः केशीअ - त्रिभुजे

$$\frac{\text{अके} \times \text{ज्या} \angle \text{शीअके}}{\text{ज्या} \angle \text{केशीअ}} = \text{शीके}$$

अत्र स्वल्पस्वरूपे \angle शीअके = अ
= \angle शीकके = क

\angle केशीक = अ१ + य

\angle केशीअ = अ१ - य

$$\text{अके} = \text{केक} = \frac{\text{व्यास}}{२}$$

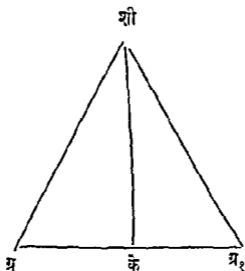
अतः पूर्वसमीकरणयोर्घातः

$$= \frac{\left(\frac{\text{व्यास}}{२}\right)^2 \times \text{ज्याअ} \times \text{ज्याक}}{\text{ज्या}(अ१ + य) \times \text{ज्या}(अ१ - य)} = \text{शीके}^2$$

अथान्तर्यसमद्विबाहुकत्रिभुजे शीकेरेखा मध्यगता वर्तते । सा च सम-
द्विबाहुकत्रिभुजीयाधारे व्यासे केचिन्दौ लम्बरूपाऽस्ति रेखागणितयुक्त्या ।
अतोऽस्य समद्विबाहुकत्रिभुजस्य शीर्षकोणमपि अर्धपति शीके रेखा ।
अत्राधारव्यासाग्रं क्रमेण अ, अ१ । समानरूपौ क्रमेण शीअ, शीअ१ ।

$$\text{केग्र} = \text{केग्र}_1 = \frac{\text{व्यास}}{2}$$

यथा व्यासाधारसमद्विबाहुकत्रिभुजम् । चेत्रम् (५)



परञ्च शीकेग्र - त्रिभुजं जात्यम् । अतः शीर्षकोणार्धस्पर्शरेखावर्गः

$$\frac{\text{केग्र}^2 \times 2}{\text{शीके}^2} \text{ अत्र त्रि} = 1$$

$$\text{परञ्च केग्र} = \frac{\text{व्या}}{2}$$

$$\text{अतः शीर्षकोणार्धस्य}^2 = \frac{\left(\frac{\text{व्या}}{2}\right)^2}{\text{शीके}^2}$$

शीके², इत्यस्योत्थापनात्

$$\frac{\text{शीर्ष को स्य}^2}{2} = \frac{\left(\frac{\text{व्या}}{2}\right)^2}{\left(\frac{\text{व्या}}{2}\right)^2 \times \text{ज्याअ} \times \text{ज्याक}}$$

$$\text{वा} = \frac{\text{ज्या}(\text{अ}_1 + \text{य}) \times \text{ज्या}(\text{अ}_1 - \text{य})}{\text{ज्या अ} \times \text{ज्याक}} \quad (1)$$

अथ चतुर्थक्षेत्रे शीमकत्रिभुजे

$$\text{शीम} = \frac{\text{मक} \times \text{ज्याक}}{\text{ज्या} \angle \text{मशीक}}$$

एवम् चतुर्थक्षेत्रे अशीमत्रिभुजे

$$\text{शीम} = \frac{\text{अम} \times \text{ज्याअ}}{\text{ज्या} \angle \text{मशीअ}}$$

अनयोः समीकरणयोर्घातः

$$\text{शीम}^2 = \frac{\text{मक} \times \text{अम} \times \text{ज्याक} \times \text{ज्याअ}}{\text{ज्या} \angle \text{मशीक} \times \text{ज्या} \angle \text{मशीअ}}$$

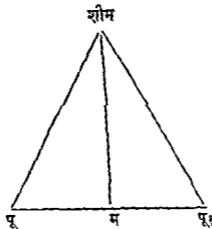
$$\text{परञ्च } \angle \text{मशीक} = \angle \text{मशीअ} = \text{अ१}$$

$$= \text{अर्धकोणः शीर्षकोणस्य}$$

अतः

$$\text{शीम}^2 = \frac{\text{मक} \times \text{अम} \times \text{ज्याक} \times \text{ज्याअ}}{\text{ज्या}^2 \text{अ१}} \quad (२)$$

क्षेत्रम् (६)



मविन्दुगतस्थिरत्रिभुजीयव्यासोपरि लम्बपूर्णाज्याधारत्रिभुजं पूर्वपृष्ठे द्रष्टव्यम् । एतत्पूर्णाज्याग्रम् = क्रमेण पू, पू१, अस्यार्धम् = मपू = मपू१

एतत्पूर्णज्याधारसमद्विबाहुत्रिभुजस्य शीर्षकोणार्धकर्त्री रेखा = रेखा-
गणितयुक्तया = शीमरेखा । यतः इयं पूर्णज्या मन्दिदुतः स्थिरत्रिभुजीय-
व्यासोपरिलम्बरूपा अतः अर्धिता । तदा शीमरेखा पूर्णज्यार्धमन्दिगाऽपि
सिद्धा लम्बरूपाऽपि ।

अतः शीमपूजात्यत्रिभुजे

एतत् शीर्षकोणार्धस्पर्शरेखानर्गः

$$= \frac{मपू^2 \times १}{शीम^2} - अत्रि = १ \quad (३)$$

अथ च (२) द्वितीयसमीकरणे

मक × अम = व्यासखण्डघातः

$$पूर्णज्यार्धनर्गसमानः = मपू^2 = मपू१^2$$

अनेन (२) द्वितीयसमीकरणेन (३) तृतीयसमीकरणमिदमुत्प्राप्यते ।

तदा पूर्णज्याधारत्रिभुजस्य शीर्षकोणार्धस्पर्शरेखानर्गः अग्रे द्रष्टव्यम् ।

$$पू. आ. शी. कोस्प = \frac{मपू^2}{\frac{मक \times अम \times ज्याम \times ज्यात्र}{ज्या^2 अ१}}$$

$$= \frac{ज्या^2 अ१ \times मपू^2}{मक \times अम \times ज्याक \times ज्यात्र}$$

परञ्च मक × अम = मपू^2

$$ततः पू. आ. स. द्वि. शी. कोस्प = \frac{ज्या^2 अ१ \times मपू^2}{मपू^2 \times ज्यात्र \times ज्याक}$$

$$= \frac{ज्यात्र^2}{ज्यात्र \times ज्याक} \quad (४)$$

अथ च व्यासाधारीयसमद्विबाहुत्रिभुजशीर्षकोणार्धस्पर्शरेखानर्गः

= प्रथमसमीकरणस्थः ।

$$\text{अतः} = \frac{\text{ज्या}(\text{अ}_1 + \text{य}) \times \text{ज्या}(\text{अ}_1 - \text{य})}{\text{ज्याअ} \times \text{ज्याक}} \quad (१)$$

अथ पूर्णज्याधारसमाद्विषाहुकत्रिसुजशीर्षकोणार्धस्पर्शरेखावर्गः

$$= \frac{\text{ज्या}^2 \text{अ}_1}{\text{ज्याअ} \times \text{ज्याक}} \quad (४)$$

अनयोः प्रथमचतुर्थयोः (१)(४) समीकरणस्य स्पर्शरेखावर्गयोः न्यूनाधिकतार्थविपरीकरणं लिख्यते ।

$$\frac{\text{ज्या}^2 \text{अ}_1}{\text{ज्याक} \times \text{ज्याअ}} > < \frac{\text{ज्या}(\text{अ}_1 + \text{य}) \times \text{ज्या}(\text{अ}_1 - \text{य})}{\text{ज्याअ} \times \text{ज्याक}}$$

समहरयोर्नाशात्

$$\text{ज्या}^2 \text{अ}_1 > < \text{ज्या}(\text{अ}_1 + \text{य}) \times \text{ज्या}(\text{अ}_1 - \text{य})$$

अथ त्रिकोणमित्या

$$\text{ज्या}(\text{अ}_1 + \text{य}) = \text{ज्याअ}_1 \times \text{कोज्याय} + \text{ज्याय} \times \text{कोज्याअ}_1$$

$$\text{ज्या}(\text{अ}_1 - \text{य}) = \text{ज्याअ}_1 \times \text{कोज्याय} - \text{कोज्याअ} \times \text{ज्याय}$$

अनयोर्घातः योगान्तरघातः वर्गान्तरसमान इति

$$\text{ततः ज्या}(\text{अ}_1 + \text{य}) \times \text{ज्या}(\text{अ}_1 - \text{य})$$

$$= \text{ज्या}^2 \text{अ}_1 \times \text{कोज्या}^2 \text{य} - \text{ज्या}^2 \text{य} \times \text{कोज्या}^2 \text{अ}_1$$

$$\text{परञ्च कोज्या}^2 \text{य} = १ - \text{ज्या}^2 \text{य}$$

$$\text{कोज्या}^2 \text{अ}_1 = १ - \text{ज्या}^2 \text{अ}_1$$

अतः उत्पापनेन

$$\text{ज्या}(\text{अ}_1 + \text{य}) \times \text{ज्या}(\text{अ}_1 - \text{य})$$

$$= \text{ज्या}^2 \text{अ}_1 (१ - \text{ज्या}^2 \text{य}) - \text{ज्या}^2 \text{य} (१ - \text{ज्या}^2 \text{अ}_1)$$

$$= \text{ज्या}^2 \text{अ}_1 - \text{ज्या}^2 \text{अ}_1 \times \text{ज्या}^2 \text{य} - (\text{ज्या}^2 \text{य} - \text{ज्या}^2 \text{य} \times \text{ज्या}^2 \text{अ}_1)$$

$$= \text{ज्या}^2 \text{अ}_1 - \text{ज्या}^2 \text{अ}_1 \times \text{ज्या}^2 \text{य} - \text{ज्या}^2 \text{य} + \text{ज्या}^2 \text{अ}_1 \times \text{ज्या}^2 \text{य}$$

$$= \text{ज्या}^2 \text{अ}_1 - \text{ज्या}^2 \text{य}$$

अतः उत्पापनेन पूर्वोक्तविपरीकरणम् ।

ज्या^२अ_१ > < ज्या^२अ_२ - ज्या^२य

अधुना प्रत्यक्षमेव वामपक्षः दक्षिणपक्षतोऽधिकः विशेषस्फुटीकरणेन समनाशेन पक्षपरिवर्तनेन च

ज्या^२य > < ०

अतः ज्या^२य > ० सिद्धम्

अत्र वामपक्षस्थपदार्थः स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणार्धकर्त्री रेखा मूलस्थ-
पूर्णज्याधारत्रिभुजस्य समद्विबाहुकशीर्षकोणार्धस्पर्शरेखावर्गः आसीत् । ततो
मूलग्रहणात् स्पर्शरेखात्स्वापकरणाच्च पूर्णज्याधारीयसमद्विबाहुकत्रिभुज-
शीर्षकोणार्धम् व्यासाधारीयसमद्विबाहुत्रिभुजस्य शीर्षकोणार्धदधिकम् ।
द्विगुणेन पूर्णज्याधारीयशीर्षकोणः व्यासाधारीयसमद्विभुजशीर्षकोणतोऽधिकः
सिद्धः ।

अयं पष्ठ सिद्धान्त समाप्तः ।

अयं पूर्वोक्ततृतीयसिद्धान्तेन (३) तथा च विमण्डलाधारे विपमस्रव्यां
शीर्षकोणस्य समकोणाधिकात् व्यासाधारीयसमद्विबाहुकत्रिभुजशीर्षकोणतः
स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणः अधिकः सिद्धः । अथ च अनेन (६) पष्ठ-
सिद्धान्तेन व्यासाधारमत्रिभुजत्रिभुजशीर्षकोणतः शीर्षकोणार्धस्थानोय-
पूर्णज्याधारसमद्विबाहुत्रिभुजशीर्षकोणोऽप्यधिकः । तदा स्थिरत्रिभुजीयशीर्ष-
कोणतः पूर्णज्याधारीयसमद्विबाहुत्रिभुजशीर्षकोणः न्यूनोऽधिकः समो वा
भवेदेतस्य निर्णयोऽपेक्ष्यते । तदग्रे वक्रस्य लघुव्यासवृहद्व्यासयोर्निर्णयो
भवेत् ।

अथ पूर्वोक्त चतुर्थ (४) सिद्धान्तेन पूर्णज्याधारसमद्विबाहुत्रिभुजशीर्ष-
कोणार्धस्पर्शरेखावर्गः

$$= \frac{\text{ज्या}^2 \text{अ}_1}{\text{व्यास} \times \text{व्यास}}$$

अथ च स्थिरत्रिभुजस्य शीर्षकोणार्धम् = अ_१

अतोऽस्य त्रिभुजस्य शीर्षकोणार्धस्पर्शरेखावर्गः—

$$\frac{\text{ज्या}^2 \text{अ}_1}{\text{कोज्या}^2 \text{अ}_2} \left\{ \text{अत्र सर्वत्र त्रि} = 1 \right.$$

अथ पुनरत्र विपरीकरणं क्रियते—

$$\frac{\text{ज्या}^2 \text{अ}_1}{\text{ज्याक} \times \text{ज्याअ}_2} > < \frac{\text{ज्या}^2 \text{अ}_2}{\text{कोज्या}^2 \text{अ}_1}$$

समभजनेन समगुणनेन च कोज्या²अ₁ > < ज्याक × ज्याअ₂.....(अ)

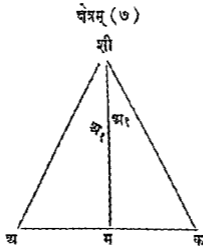
अत्र शीर्षकोणार्धम् = अ₁

अतः स्थिरत्रिभुजशीर्षकोणार्धज्या = ज्याअ₁

अथ स्थिरत्रिभुजशीर्षकोणार्धकोज्या = कोज्याअ₂

अतः एतत्कोणार्धस्पर्शरेखावर्गः

$$\frac{\text{ज्या}^2 \text{अ}_1}{\text{कोज्या}^2 \text{अ}_2}$$



अधुना भङ्ग्यन्तरेण

स्थिरत्रिभुजशीर्षकोणः = १८० - (अ + क)

अतः शीर्षकोणः + अ + क = १८०

अतः शीर्षकोणः = १८० - (अ + क)

परञ्च शीर्षकोणः = २ अ_१

$$\text{अतः } २ \text{ अ}_१ = १८० - (\text{अ} + \text{क})$$

$$\text{अतः अ}_१ = ९० - \frac{(\text{अ} + \text{क})}{२}$$

$$\text{अतः } \frac{\text{अ} + \text{क}}{२} = ९० - \text{अ}_१ = \text{कोटिअ}_१$$

$$\begin{aligned} \text{अत्र स्थिरत्रिभुजस्याधारकोणद्वयस्य योगार्धम्} \\ = \frac{\text{अ} + \text{क}}{२} = \text{कोअ}_१ \end{aligned}$$

$$\text{कल्प्यतेऽन्तरार्धम्} = १$$

$$\text{अतः संक्रमणेन प्रत्येककोणद्वयम् क} = \text{कोअ}_१ + १।$$

$$\text{अ} = \text{कोअ}_१ - १।$$

$$\begin{aligned} \text{ज्याअ} \times \text{ज्याक} &= \text{ज्या}(\text{कोअ}_१ + १) \times \text{ज्या}(\text{कोअ}_१ - १) \\ \text{प्रथमम् ।} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ज्याक} &= \text{ज्या}(\text{कोअ}_१ + १) \\ &= \text{ज्याकोअ}_१ \times \text{कोज्यार} + \text{ज्यार} \times \text{कोज्याकोअ}_१ \end{aligned}$$

$$\text{परमत्र ज्याकोअ}_१ = \text{कोज्याअ}_१$$

$$\text{कोज्याकोअ}_१ = \text{ज्याअ}_१$$

$$\text{अतः ज्याक} = \text{कोज्याअ}_१ \times \text{कोज्यार} + \text{ज्यार} \times \text{ज्याअ}_१ \quad (१)$$

$$\text{एवमत्र ज्याअ} = \text{ज्याकोअ}_१ \times \text{कोज्यार} - \text{ज्यार} \times \text{कोज्याकोअ}_१$$

$$\text{वा, } = \text{कोज्याअ}_१ \times \text{कोज्यार} - \text{ज्यार} \times \text{ज्याअ}_१ \quad (२)$$

अतः

$$\text{ज्याक} \times \text{ज्याअ} = (\text{कोज्याअ}_१ \times \text{कोज्यार} + \text{ज्यार} + \text{ज्याअ}_१) \times (\text{कोज्याअ}_१ \times \text{कोज्यार} - \text{ज्यार} \times \text{ज्याअ}_१)$$

$$\times (\text{कोज्याअ}_१ \times \text{कोज्यार} - \text{ज्यार} \times \text{ज्याअ}_१)$$

योगान्तरघातो वर्गान्तरममानस्ततः

$$= \text{कोज्या}^२\text{अ}_१ \times \text{कोज्या}^२\text{र} - \text{ज्या}^२\text{र} \times \text{ज्या}^२\text{अ}_१$$

$$= \text{कोज्या}^२\text{अ}_१ (१ - \text{ज्या}^२\text{र}) - \text{ज्या}^२\text{र} (१ - \text{कोज्या}^२\text{अ}_१)$$

अतो भगोले एतत्कोणाद्वयसंमुखचापेऽपि पूर्वोक्तदिरौ न्यूनाधिके स्तः ।
अर्थात् पूर्णज्याधारसमद्विभुजशीर्षकोणसंमुखचापं स्थिरत्रिभुजीयशीर्ष-
कोणासंमुखचापात् भगोलेऽधिकं स्यात् ।

परमिदं पूर्णज्याधारचापं स्थिरत्रिभुजीयचापार्धविन्दुगतं भवेत् । यतः इयं
पूर्णज्या तु स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणास्यार्धकर्त्री रेखा मूलगता । परमियं कोणा-
र्धकर्त्री रेखा यत्र भगोले लगेत् तत्रानश्यमेवेयं रेखा स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणा-
संमुखचापमर्धयेत् । अर्थात् स्थिरत्रिभुजीयचापस्यार्धविन्दौ गच्छेत् । परमियं
रेखा पूर्णज्यार्धविन्दुगता पूर्णज्यात्रिभुजधरातलस्थिरत्रिभुजधरातलयोमरेखा ।
तथा च पूर्णज्याधारमप्यर्धयति स्थिरत्रिभुजाद्भयतः । ततोऽनश्यमेवेयमेव
रेखा पूर्णज्यासंमुखभगोलीयचापमप्यर्धयेत् । अत एवेयमेव रेखा यत्र भगोले
लगेत् तत्रैव पूर्णज्याधारत्रिभुजशीर्षकोणसंमुखभगोलीयचापं स्थिरत्रिभुजीय-
शीर्षगतकोणसंमुखचापेन परस्परमर्धितं भवेत् । ऋ एव चापे तत्रैवाधिते संलग्ने
च भवेताम् ।

एते च चापे परस्परं लम्बरूपे भवेतामित्यस्यापि निर्णयः क्रियते ।

प्रथमं स्थिरत्रिभुजगता या स्रज्याधारवृत्ते लम्बरेखा भवेत् तन्मूलगत
स्थिरत्रिभुजोपव्यासरेखोपरि लम्बरूपा आधारवृत्तधरातलगता रेखा पूर्णज्या
क्रियते । सा पूर्णज्या स्थिरत्रिभुजीयव्यासरेखा तद्दरातललम्बरेखा योप-
विन्दौ लम्बरूपा । ततः स्थिरत्रिभुजधरातले सा पूर्णज्या लम्बरूपा जाता ।

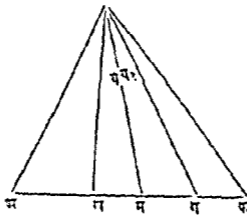
एतस्या पूर्णज्यायाः एव समानान्तरा स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणार्धकर्त्री
रेखा मूलगता पूर्णज्या । यस्याः संमुखं पूर्वोक्तचापं वर्तते । अत एवेयमपि
कोणार्धकर्त्री रेखा मूलगता पूर्णज्या स्थिरत्रिभुजधरातलोपरि लम्बरूपा भवेत् ।
परमेतस्या एव पूर्णज्यायाः समानान्तरा भगोलेऽपि उक्तवापपूर्णज्या भवेत् ।
यतः इदं समद्विभुजत्रिभुजं प्रथमोलीयत्रिमण्डलीयपूर्णज्याधारम् । एतस्य
त्रिभुजस्य यत्र समानौ कर्णा लगेताम् भगोले तत्रैतत्कर्णद्वयव्यासं चापं
पूर्वोक्तम् । यत्र तौ भगोले लगेताम् ततः त्रिभुजशीर्षभूकेन्द्रं यावत् प्रत्येकं

ततस्त्रिज्याश्रमतभगोलीयपूर्णज्या प्रहगोलीयपूर्णज्यायाः पूर्वोक्तायाः समानान्तरा भवेत् । समानान्तरत्वात् इयमपि भगोलीयपूर्णज्या स्थिरत्रिभुज-
धरातले लम्बरूपा सिद्धा । अत एव “या रेखा भूतले लम्बाः” इत्यादिना तद्वरा-
गलमपि स्थिरत्रिभुजधरातले लम्बरूपम् । अतः भगोले पूर्णज्याधारचापमपि
स्थिरत्रिभुजीयनापोपरि लम्बरूपं भवेत् ।

अतः पूर्वोक्ते द्वे चापे परस्परमधिते तथा च लम्बरूपे अपि भवेताम् ।
एतेन एते द्वे चापे एव एकं लघुचापम् द्वितीयञ्च बृहद्ब्यासः वक्रस्य
भवेताम् । परमत्र निर्णयो जातः स्थिरत्रिभुजीयचापमन्वम् पूर्णज्याधार-
चापमधिरम् । ततः स्थिरत्रिभुजीयचापम् = लघुचापः । पूर्णज्याधार-
चापम् = बृहद्ब्यासः ।

घेयम् (=)

शी



अथात्र अष्टौः स्थिरत्रिभुजं, शीम = शीपरिपोषार्धरेखी रेखा ।

अथ ए शीमश्रीपरिपोषे मध्यमश्रीरेखा अष्टौः समानरेखां च
श्रीमश्रीपरिपोषे अष्टौः समानरेखां च । तथा मति स्थिरत्रिभुजीयचापमन्वम् ए
मन्वरेखां च व्यासोत्तरे पूर्णज्यां चरेताम् अथाग्रे च मन्वरेखां च

अतो भगोले एतत्कोणाद्भयसंमुखचापेऽपि पूर्वोक्तदिशैव न्यूनाधिके स्तः।
अर्थात् पूर्णज्याधारसमद्विभुजशीर्षलम्बकोणासंमुखचापं स्थिरत्रिभुजीयशीर्ष-
कोणासंमुखचापात् भगोलेऽधिकं स्यात् ।

परमिदं पूर्णज्याधारचार्यं स्थिरत्रिभुजीयचापार्धत्रिन्दुगतं भवेत् । यतः इयं
पूर्णज्या तु स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणस्यार्धकर्त्री रेखा मूलगता । परमियं कोणा-
र्धकर्त्री रेखा यत्र भगोले लगेत् तत्रान्यमेवेयं रेखा स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणा
संमुखचापमर्धयेत् । अर्थात् स्थिरत्रिभुजीयचापस्यार्धत्रिन्दौ गच्छेत् । परमियं
रेखा पूर्णज्यार्धत्रिन्दुगता पूर्णज्यात्रिभुजधरातलस्थिरत्रिभुजधरातलयोगरेखा ।
तथा च पूर्णज्याधारमप्यर्धयति स्थिरत्रिभुजाद्भयतः । ततोऽन्यमेवेयमेव
रेखा पूर्णज्यासंमुखभगोलीयचापमप्यर्धयेत् । अत एवेयमेव रेखा यत्र भगोले
लगेत् तत्रैव पूर्णज्याधारत्रिभुजशीर्षकोणसंमुखभगोलीयचापं स्थिरत्रिभुजीय-
शीर्षगतकोणसंमुखचापेन परस्परमर्धितं भवेत् । हे एव चापे तत्रैवार्धिते मंलग्ने
च भवेताम् ।

एते च चापे परस्परं लम्बरूपे भवेतामित्यस्यापि निश्चयः स्थितैः ।

पथमं स्थिरत्रिभुजगता या क्षुब्धाधारवृत्ते लम्भरेखा भवेत् तन्मूलात्
स्थिरत्रिभुजोपब्यासरेपोपरि लम्बरूपा आधारवृत्तधरातलगता रेखा पूर्णज्या
क्रियते । सा पूर्णज्या स्थिरत्रिभुजीयव्यासरेखा तद्भरातललम्भरेखा योष-
विन्दो लम्बरूपा । ततः स्थिरत्रिभुजधरातले सा पूर्णज्या लम्बरूपा जाता ।

एतस्या पूर्णज्यायाः एव समानान्तरा स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणार्धकर्त्री
रेखा मूलगता पूर्णज्या । यस्याः संमुख पूर्वोक्तचार्यं वर्तते । अत एवेयमपि
कोणार्धकर्त्री रेखा मूलगता पूर्णज्या स्थिरत्रिभुजधरातलोपरि लम्बरूपा भवेत् ।
परमेतस्या एव पूर्णज्यायाः समानान्तरा भगोलेऽपि उक्तवापपूर्णज्या भवेत् ।
यतः इदं समद्विराद्भुजत्रिभुजं श्रृङ्गोलीयनिमण्डलीयपूर्णज्याधारम् । एतस्य
त्रिभुजस्य यत्र समानो कर्णो लगेताम् भगोले तत्रैतत्कर्णद्वयव्याप्तं चापं
पूर्वोक्तम् । यत्र तौ भगोले लगेताम् ततः त्रिभुजशीर्षभूकेन्द्रं यावत् प्रत्येकं

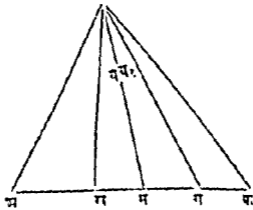
- भुजद्वयं विज्यातुल्यम् ।

तत्रस्त्रिज्याप्रगतभगोलीयपूर्णज्या प्रहृगोलीयपूर्णज्यायाः पूर्वोक्तायाः समानान्तरा भवेत् । समानान्तरत्वात् इयमपि भगोलीयपूर्णज्या स्थिरत्रिभुज-
भरातले लम्बरूपा सिद्धा । अत एव “या रेखा भूतजे लम्बः” इत्यादिना तद्वरा-
ननमपि स्थिरत्रिभुजभरातले लम्बरूपम् । अतः भगोले पूर्णज्याधारचापमपि
स्थिरत्रिभुजोपचापपरि लम्बरूपं भवेत् ।

अतः पूर्वोक्ते द्वे चापे परस्परमधिष्ठे तथा च लम्बरूपे अपि भवेताम् ।
एतेन एतं द्वे चापे एव एकं लघुव्यासः द्वितीयश्च बृहद्व्यासः वक्रस्य
गोलात् । एतन्न निर्णयो जातः स्थिरत्रिभुजोपचापमल्पम् पूर्णज्याधार-
जशापमधिष्ठम् । ततः स्थिरत्रिभुजोपचापम् = लघुव्यासः । पूर्णज्याधार-
चापम् = बृहद्व्यासः ।

घेत्रम् (=)

शी



रुपाय अगोरा स्थिरत्रिभुजं, गोप = गोपरोणापरणी रेखा ।

भवेताम् तयोः शीर्षकोणौ समानौ भवेताम् । तदभिमुखे चापे वक्रपाल्यां स्थानद्वये संलग्ने समाने भवेताम् । अथ च स्थिरत्रिभुजधरातलगतलघु-
व्यासोपरि लम्बरूपे भवेताम् ।

एतत्त्रयं विचारः क्रियते ।

अथेष्टरेखा शीखशीमरेखाभ्यां जायमानः = य । तथैव शीगशीम-
रेखाभ्यां जायमानकोणोऽपि = य_१ कोणद्वयं समानम् ।

ततः अशीखत्रिभुजे

$$= \frac{\text{अख} \times \text{ज्याअ}}{\text{ज्या}(\text{अ}_१ - \text{य})} = \text{शीख} \quad (१)$$

एवमेव शीखफत्रिभुजे

$$\frac{\text{खक} \times \text{ज्याक}}{\text{ज्या}(\text{य} + \text{अ}_१)} = \text{शीख} \quad (२)$$

(१) (२) अनयोः = समीकरणयोर्घातः

$$\text{शीख}^2 = \frac{\text{अख} \times \text{कख} \times \text{ज्याअ} \times \text{ज्याक}}{\text{ज्या}(\text{अ}_१ - \text{य}) \times \text{ज्या}(\text{अ}_१ + \text{य})}$$

परञ्च अख × कख = ख विन्दुगतपूर्णाज्यार्धवर्गसमानः रेखागणितेन ।

$$\text{अत्रत्य पूर्णाज्यार्धमानम्} = \frac{\text{प}}{२}$$

$$\text{अतः} \quad \frac{\left(\frac{\text{प}}{२}\right)^2 \times \text{ज्याअ} \times \text{ज्याक}}{\text{ज्या}(\text{अ}_१ - \text{य}) \times \text{ज्या}(\text{अ}_१ + \text{य})} = \text{शीख}^2$$

एवमेवान्यदिशि एतत्कोण (य) समानकोण (य_१) रूत्रां रेखा शीग-
रेखा । अतस्तत्रत्य (ग) विन्दुगतपूर्णाज्यार्धवलेन शीग^२

$$\frac{\text{प}}{२} \times \text{ज्याअ} \times \text{ज्याक} \\ = \frac{\text{प}}{२} \times \text{ज्या}(\text{अ}_१ - \text{य}) \times \text{ज्या}(\text{अ}_१ + \text{य})$$

अथ (म) विन्दुगतपूर्णज्या स्वरविशिष्टा गृह्यते = पृ१ । अतः पूर्व-
स्वरूपे $\frac{पृ१}{२}$ भवति ।

अथाधुना प्रथमपूर्णज्याधारे समद्विबाहुकत्रिभुजे तस्य शीर्षकोणार्धस्पर्श-
रेखावर्गः आनीयते ।

$$\frac{\text{प्रथमपूर्णज्याधारशीकोस्व}^2}{२} = \frac{\left(\frac{पृ१}{२}\right)^2}{शीस्व^2}$$

अत्रापि त्रि = १

अत्र शीस्व^२ उत्पापनेन

$$\frac{\text{पृ.आ.त्रिशोकोस्व}^2}{२} = \frac{\left(\frac{पृ१}{२}\right)^2 \times \text{ज्या}(\text{अ}_१ - \text{य}) \times \text{ज्या}(\text{अ}_१ + \text{य})}{\left(\frac{पृ१}{२}\right)^2 \times \text{ज्याअ} \times \text{ज्याक}}$$

$$\frac{\text{पृ.आ.त्रिशोकोस्व}^2}{२} = \frac{\text{ज्या}(\text{अ}_१ - \text{य}) \times \text{ज्या}(\text{अ}_१ + \text{य})}{\text{ज्याअ} \times \text{ज्याक}} \quad (३)$$

एवमेव गविन्दुस्थपूर्णज्याधारत्रिभुजशीर्षकोणार्धस्पर्शरेखावर्गः

$$\frac{\text{पृ१ आ.त्रिशोकोस्व}^2}{२} = \frac{\left(\frac{पृ१}{२}\right)^2 \times १}{शीम^2} \quad \{ \text{त्रि} = १, \}$$

परञ्च

$$\text{शीम}^2 = \frac{\frac{पृ१^2}{२} \times \text{ज्याअ} \times \text{ज्याक}}{\text{ज्या}(\text{अ}_१ + \text{य}_१) \times \text{ज्या}(\text{अ}_१ - \text{य}_१)}$$

अत उत्पापनेन

स्वरविशिष्ट पृ१ आ.समद्विभुजशीर्षकोणार्धस्पर्शवर्गः

$$पृ२ \text{ आ.सद्विशीकोस्प}^2 = \frac{\left(\frac{पृ१}{२}\right)^2}{\left(\frac{१५}{२}\right)^2 \times ज्याअ \times ज्याक} \\ ज्या(अ१ + य१) \times ज्या(अ१ - य१)}$$

$$पृ२ \text{ आ.शीकोस्प}^2 = \frac{ज्या(अ१ + य१) \times ज्या(अ१ - य१)}{ज्याअ \times ज्याक} \quad (४)$$

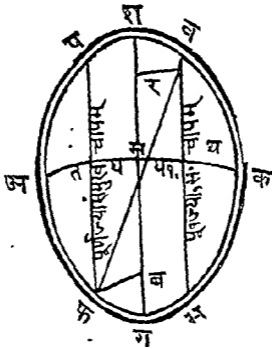
तृतीयचतुर्थयोः (३) (४) अनयोः समीकरणयोः सर्वे पदार्थाः समानाः।

केवलं य, य१ अनयोर्भेदो दृश्यते। परञ्च पूर्वनियमेन सिद्धान्तनियमेन च य = य१ अतः इमौ स्पर्शवर्गौ समानौ स्तः। मूलग्रहणेन स्पर्शरेखे अपि समाने भवेताम्। चापग्रहणेन पूर्णज्याद्वयस्याधारसमाद्विभुजत्रिभुजयोः शीर्षकोणार्धे समाने जाते। तद्विगुणनेन तयोस्त्रिभुजयोः शीर्षकोणावपि समानौ जातौ। एतत्पूर्णाज्याद्वयस्याधारत्रिभुजद्वयस्य कर्णद्वयं त्रिज्यागोलेऽपि लगेत्। तदा क्रान्तभगोले चापद्वयं वक्रियपूर्वाचापद्वयमपि समानशीर्षकोणद्वयस्य संमुखत्वात् समानम्। अथ च पूर्णज्याद्वयं पूर्वयुक्त्यैव स्थिरत्रिभुजधरातले लम्बरूपम्। एतयोरेव पूर्णज्ययोः प्रत्येकत्रिभुजे भगोलीये अपि पूर्वोक्तवक्रियचापद्वयस्य पूर्णज्ये भूकेन्द्ररूपशीर्षस्थानात् त्रिज्याग्रे स्थितत्वात् समानान्तरे भवेताम्। तत इमे अपि भगोलीयपूर्णज्ये स्थिरत्रिभुजधरातले लम्बरूपे। ततः “या रेखा भूतले लम्बस्तद्गता ये धरातला” इत्यादिना पूर्णज्याद्वयचापभवदृत्ते अथ वा ते चापे अपि स्थिरत्रिभुजधरातलीयचापरूपलघुव्यासोपरि लम्बरूपे सिद्धे। अथ च शीर्षकोणार्धगत-मशीरंखया समानकोणद्वयं (य, य१) कर्णयोः (शीख, शीम) रेखे अपि तुल्यचापद्वय (य, य१) तुल्यान्तरिते भगोले मध्यस्थानतः लगेताम्।

अथच्चाष्टमः सिद्धान्तः सम्पन्नः (८)

इतः परं वक्रस्य स्वरूपं प्रदर्शयते। अनुमानेनेदं वक्रं कूर्मपृष्ठाकृति सिद्धयति। यथ चानेकधरातलीयं गौलिकदीर्घदृत्तमिवेति।

धूम्रशुक्राकृति इथ वा गौलिकदीर्घदृष्टं वक्रमिदं वक्तुं शक्यते—
 क्षेत्रम् (६)



अथ पूर्वोक्तसिद्धान्तजालैः विमण्डलवक्रस्यावयवाः स्फुटोक्तिरन्ते—

अथ स्थिरत्रिभुजशीर्षकोणसंमुखचापं भगोले वक्रस्य लघुव्यासः सिद्धः ।
 तस्मात् चापात् उभयदिशि वक्रस्य समानं खण्डद्वयं जातम् । यतः तल्लघु-
 व्यासोपरि प्रत्येकस्थिरत्रिभुजीयव्यासोपरि लम्बरूपपूर्णांशसंमुखचापं भगोले
 लम्बरूपं सिद्धम् । अथ चाधितमपि लघुव्यासेन एतेन निश्चितं यत् अवरय-
 मेवानेन व्यासेन वक्रमधितम् । अतः अयं व्यासः वक्रमध्यगतश्च ।

अथ च स्थिरत्रिभुजस्य शीर्षकोणार्धकर्त्रीरेखा स्थिरत्रिभुजव्यासे यत्र लग्ना
 सैव च रेखा भगोले यत्र लगति स एव लघुव्यासस्य मध्यस्थविन्दुः = म ।
 यतोऽर्धकोणसंमुखं चापद्वयं प्रत्येकं समानं समानम्—लघु व्यासार्धम् = मक
 = मथ । यतोऽत्र मया स्थिरत्रिभुजीयकर्णाभ्यां माक्रान्तं चापं लघुव्यासरूपम् =
 अरु वक्रे वर्तते । एतन्मध्यस्थविन्दुत एव लम्बरूपं यचापम् पूर्वसिद्धान्तेन
 सिद्धं तदेव चापमधःस्थानीयपूर्णांशसंमुखं भगोले शगसंज्ञकं वक्रे

वर्तते । शगचापमपि पूर्वसिद्धान्तेन अक्रचापोपरि लम्बरूपं सिद्धम् । अथात्र तत्र एव (म)विन्दुतः पूर्णज्यासंमुखचापमर्धितमप्यस्ति अर्थात् ततो (म)-विन्दुतः मश, मगचार्यं बृहद्व्यासार्द्धसमानम्, यथा मश = मग । अथ स्थिरत्रिभुजोपशीर्षकोणार्धगतरेखातः उभयपार्श्वे य, यः तुल्यान्तरितं यत्र भगोले शीघ्र, शीग-रेखाद्वयं लग्नं तद्विन्दुद्वयमवश्यमेव कोणार्धगतरेखास्थ- (म)विन्दुतः तुल्यान्तरे भवेत् । तदेव वक्रे य, यः चापद्वयमस्ति । अतो भगोले लघुव्यासस्य (म)विन्दुतः उभयदिशि चापखण्डं (य, यः) संज्ञकद्वयं समानम् । तत्रैव तचापद्वयाग्रगतपूर्णज्याधार्मचापद्वयमपि पूर्व-सिद्धान्तेन क्रमेण समानम् । अर्थात् वम = पफ एतद्वयमपि पूर्वसिद्धान्तेनैव लघुव्याससंज्ञकचापेनार्धितं तथा च लघुव्यासोपरि लम्बरूपं सिद्धम् । एतेने-दमपि सिद्धं यत् (म)विन्दुस्थानतः यद्यत् पूर्णज्यासंमुखचापद्वयं तुल्यान्तरितं तत्समानद्वयं द्वयं भवेत् । एतेनेदमपि निश्चीयते यत् एतस्य वक्रस्य बृहद्व्याससंज्ञक (शग)चापादुभयदिशि समानानि समसंख्यकानि च सर्वाणि पूर्णज्यासंमुखचापानि भवेयुरेतेन तैस्तैरुभयदिशिगतैः पूर्णज्याचापैरेकत्री-भूतैश्च (शग)चापतः उभयदिशि वक्रमर्धितं भवेत् । एतेन (शग)चापमपि वक्रमर्धयति (म)मध्यविन्दुगतमपि पूर्वसिद्धान्तेन लघुव्यासादधिकमपि अतो वक्रस्येदं चापम् (शग)बृहद्व्यासः सिद्धः ।

अथ वक्रे उभयपार्श्वे समाने लघुव्यासोपरि लम्बरूपे चापे शृहीते क्रमेण पफ, वमसंज्ञके । अथाधुना (फम, वम)चापद्वये वद्वम् । तेन त्रिभुज-द्वयमुत्पन्नम् । एकम् = तफम त्रिभुजम् द्वितीयम् = वमथ त्रिभुजमिति त्रिभुजद्वयं ज्ञात्याख्यम् । अत्र त्रिभुजद्वये मत = मथ, य, यः चापसमत्वान् । तफ = यथ चापे समाने । यतः पूर्वसिद्धान्तेन (म)स्थानतस्तुल्यान्तरे पूर्णज्याचापे समाने भवतः । अत्र त्रिभुजद्वये \angle त, \angle थ कोणद्वयं समकोणम् पूर्वप्रुक्तमेव । अत्र इमे त्रिभुजे गोलीयरेखागणितयुक्तया अथ वा चापीयत्रिकोणमित्या च सर्वथा समाने भवेताम् । एतेन पमथ कोणः तमफ कोणेन समानो भवेत् ।

अर्थात् $\angle वमथ = \angle तमफ$ तथा सति (वम फम) चापे एकस्मिन्नेव मार्गे भवेताम् । अथ वा कथ्यतां (वम)चापं वर्धितं सत् (फ)विन्दावप्रथमेव गच्छेत् । एतेनेदमपि (वफ) चापमस्मिन्नेव (म)विन्दावर्धितम् । (म)विन्दुश्च वक्रकेन्द्रं भवेत् । अतः इदमपि सिद्धं यत् अस्मात् (म)विन्दुतः उभयदिशि यत्र कुत्रापि भागे गृह्यमाणानि सर्वाणि चापानि अर्धितानि भवेयुः । अर्थात् एतानि चापानि दीर्घवृत्तवत् इष्टव्याससंज्ञकानि वक्तुं शक्यन्ते ।

अधुना (व)विन्दुतः (मश)व्यासार्धोपरि वर चापं लम्बरूपं कृतम् । अथ च (फ)विन्दुतः मग बृहद्व्यासार्धोपरि लम्बरूपम् (फव)चापं कृतम् । इमावपि लम्बौ फल = वर । चापीयत्रिकोणमित्याऽवश्यमेव समानौ । अत एव सरल-दीर्घवृत्तवत् एतच्चापीयं फोटिद्वयं बृहद्व्यासार्धोपरि लम्बरूपं वक्तुं शक्यते । अथ च पूर्णव्याससंमुखचापं च लघुव्यासोपरि लम्बत्वात् चापीयभुजमान-मपि वक्तुं शक्यते । एवमत्र बहवः सिद्धान्ताः सरलदीर्घवृत्तवत् घटन्ते । विवेचनया घटिष्यन्त अपि किमत्र विशेष लेखेन ।

Publication Scheme of the Mithila Research Institute DARBHANGA

1. Tatvachintamani (तत्त्वचिन्तामणि) by Gangesha Upadhyaya along with the Aloka (आलोक) by Pakshadhara Mishra and the Darpana (दर्पण) by Mihesha Thakura, Vol I (in the Press)
 2. Lalavati (लीलावती) by Bhaskaracharya with the commentary called the Vasana (वासना) by Damodara Mishra (in the Press)
 3. Vimandalavakravichara (विमण्डलवक्रविचार) by Pradhanacharya Pandita Dyanatha Jha, Jyotishacharya, Vishistavidvan, Mithila Research Institute
 4. Langavachanavichara (लिंगवचनविचार) by Mahavaiyakarana Pandita Dinabandhu Jha, Vishistavidvan, Mithila Research Institute.
- Works under Preparation
5. Tritalavacchedakavada (त्रितलावच्छेदकवाद) by Pandita Shashinatha Jha, Vishistavidvan, Mithila Research Institute.
 6. Sanskrita Mahakosa (संस्कृतमहाकोष) by the late Mahamahopadhyaya Pandita Ramavatara Sharma.
 7. Paramartha Daršana (परमार्थदर्शन) by Mr Pt. Ramavatara Sharma.
 8. Mahakalasambhita (महाकालसंहिता) Edited by Mahamahopadhyaya Dr. Gopinath Kaviraja of Banaras and Mahamahopadhyaya Dr Umesha Mishra.
 9. Vishnu Purana (विष्णुपुराण) (Under a long term Research project of the Institute.)
 10. Miscellaneous works in Sanskrit by Mr Pt. Ramavatara Sharma.
 11. Kumara Karikavalī (कुमारलिखारिकावली) Edited by Prof Anantlal Thakur, Mithila Research Institute